

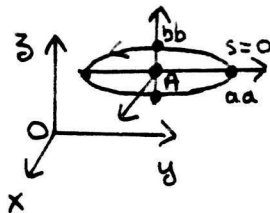
# Annexe 14

## Résultats graphiques des simulations numériques

On trouve dans la suite les résultats graphiques des simulations numériques pour les différentes configurations initiales définies dans le programme initial.f.

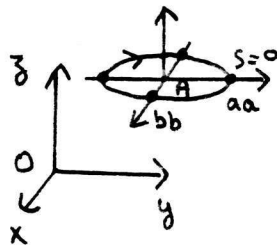
### 1. Les différents motifs d'anneaux :

\* L'ellipse dans un plan  $y z$  :



A est le centre de l'ellipse qui est dans un plan  $(y z)$ .  
Si  $aa = bb$  on a un cercle.

\* L'ellipse dans un plan  $x y$  :

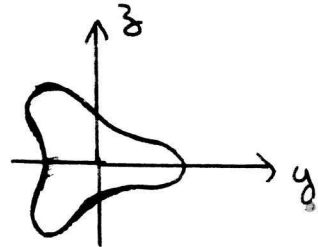


A est le centre de l'ellipse.  
Si  $aa = bb$  on a un cercle.

\* Le trèfle :

C'est une courbe paramétrée du plan (y,z) qui a pour équation polaire :

$$r = a(1 + \epsilon \cos(3\theta))$$

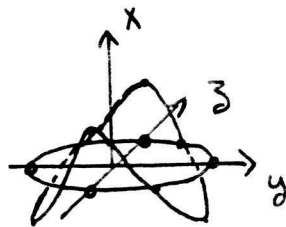


\* Le profil de lissajous :

C'est le profil d'équation paramétrée :

$$\begin{cases} x = \sin(2[\theta - \pi/4]) \\ y = 2 \cos \theta \\ z = 1.5 \sin \theta \end{cases}$$

Sa projection sur le plan (y,z) est une ellipse.



2 Différentes configurations initiales :

2.1 L'ellipse :

Le profil initial est celui d'une ellipse dans le plan (y,z) et de centre O.

On a choisi :

$$aa = 2$$

$$\epsilon = 0.03$$

$$\Gamma = 5$$

avec  $l = 0(4)$

$$bb = 1.5$$

$$m_0 = 0$$

$$t_{10} = 50 (\Leftrightarrow t_{20} = 1)$$

On observe une progression de l'ellipse selon la direction des  $x$  et une oscillation de celle-ci avec une demi-période (inversion entre petit et grand axe) de 4.5 et une période de 12. La période n'est pas le double de la demi-période à cause de la diffusion visqueuse.

L'unité de la période est déterminée par le choix de l'unité de longueur sur le profil initial et le choix de l'unité de la circulation  $\Gamma$ . Si on considère que  $aa = 2 \text{ cm}$  et que  $\Gamma = 5 \text{ cm}^2/\text{s}$  alors la période est en secondes.

Pour faire la simulation suivante, on a choisi :

$$N = 20 \quad t = 0.01 \text{ (pas de temps)} \quad \text{nbndt} = 1400$$

$$\text{nbconf} = 24$$

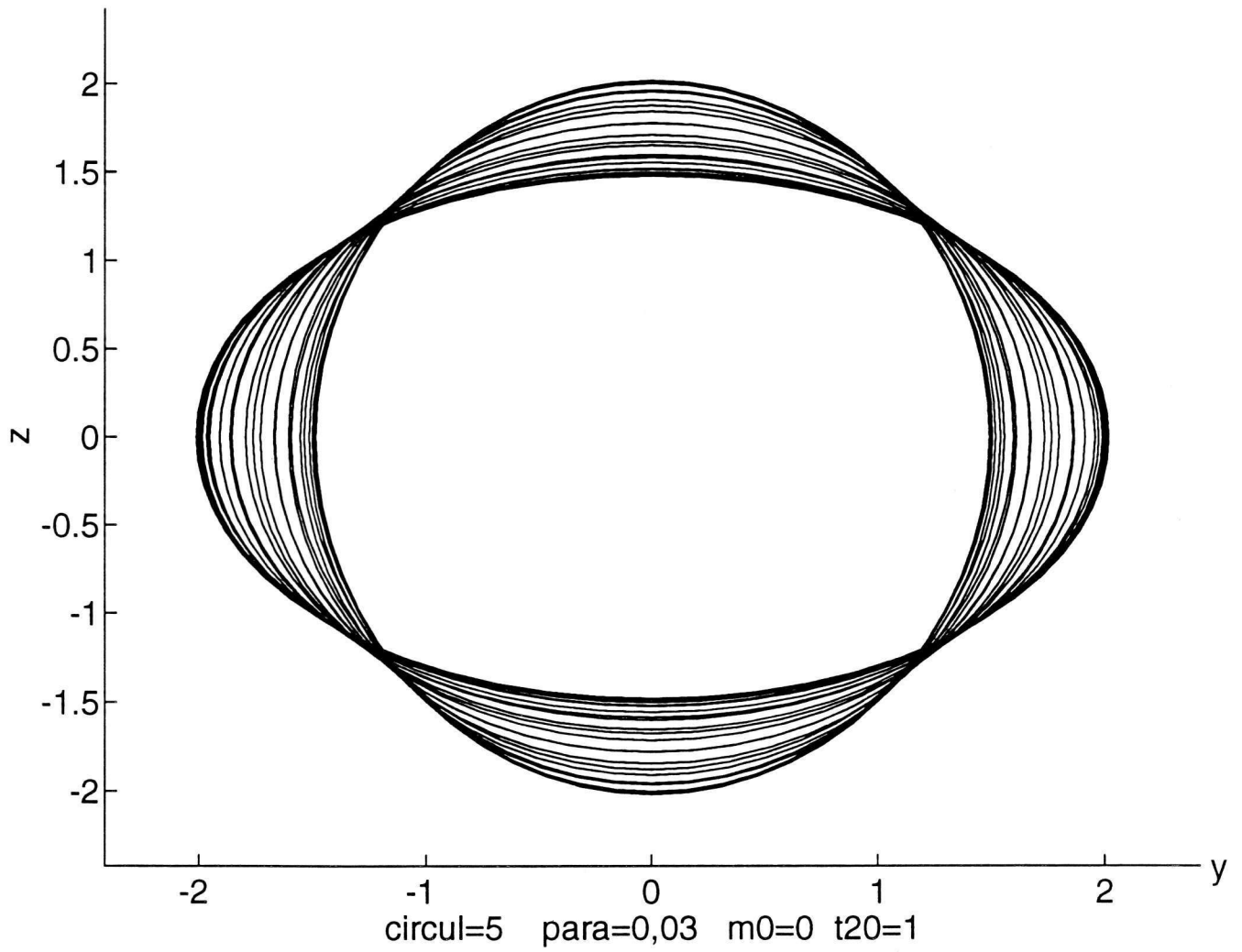
$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

D'où un pas  $dt = 0.58$  entre deux clichés de configurations.

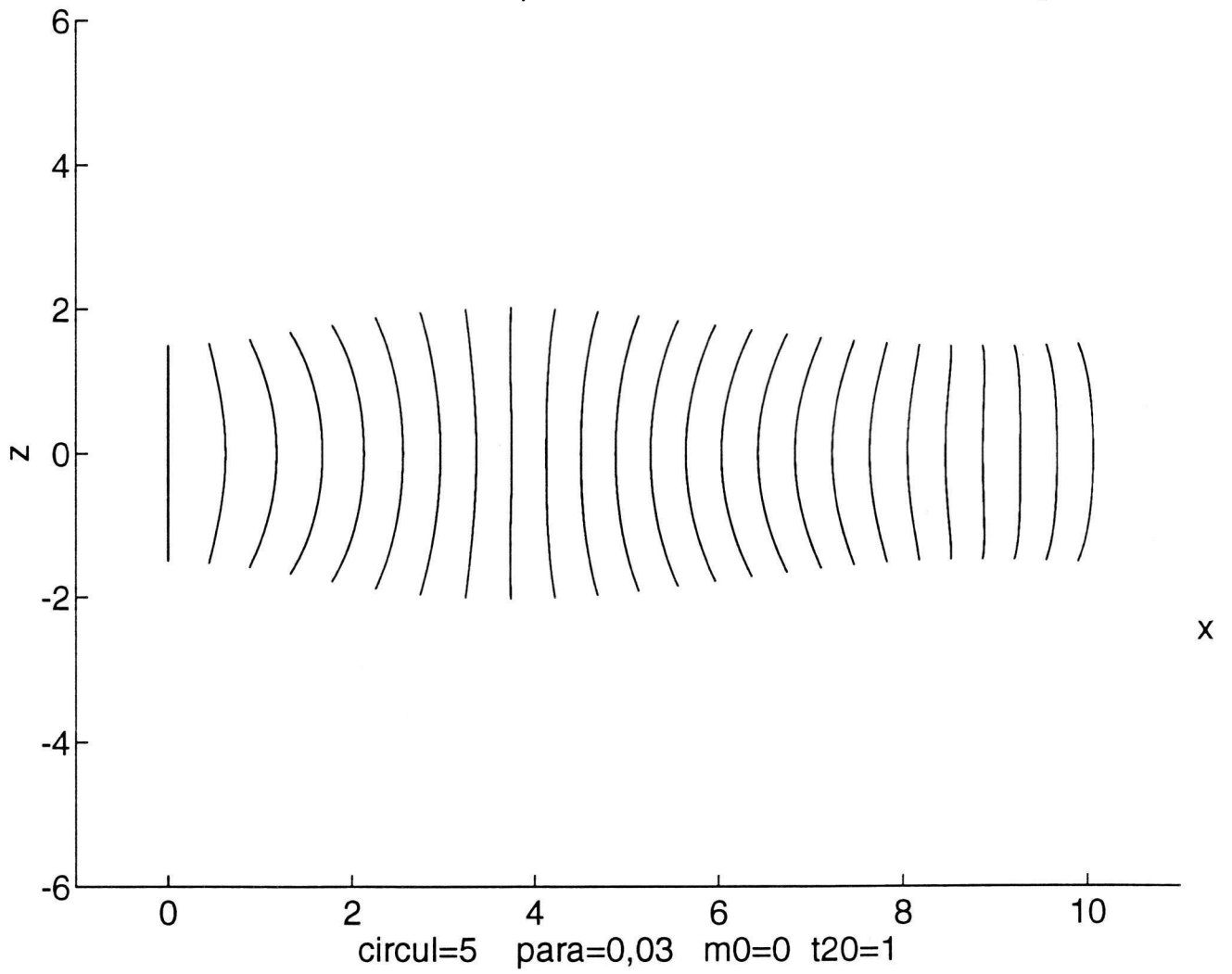
Les graphiques se terminent par le tracé de la période de cette ellipse en fonction de  $\epsilon$  avec  $\epsilon \in [0.01, 0.03]$ .

Les résultats en Blanc sur fond noir sont les graphiques obtenus avec Explorer sur station Silicon Graphics.

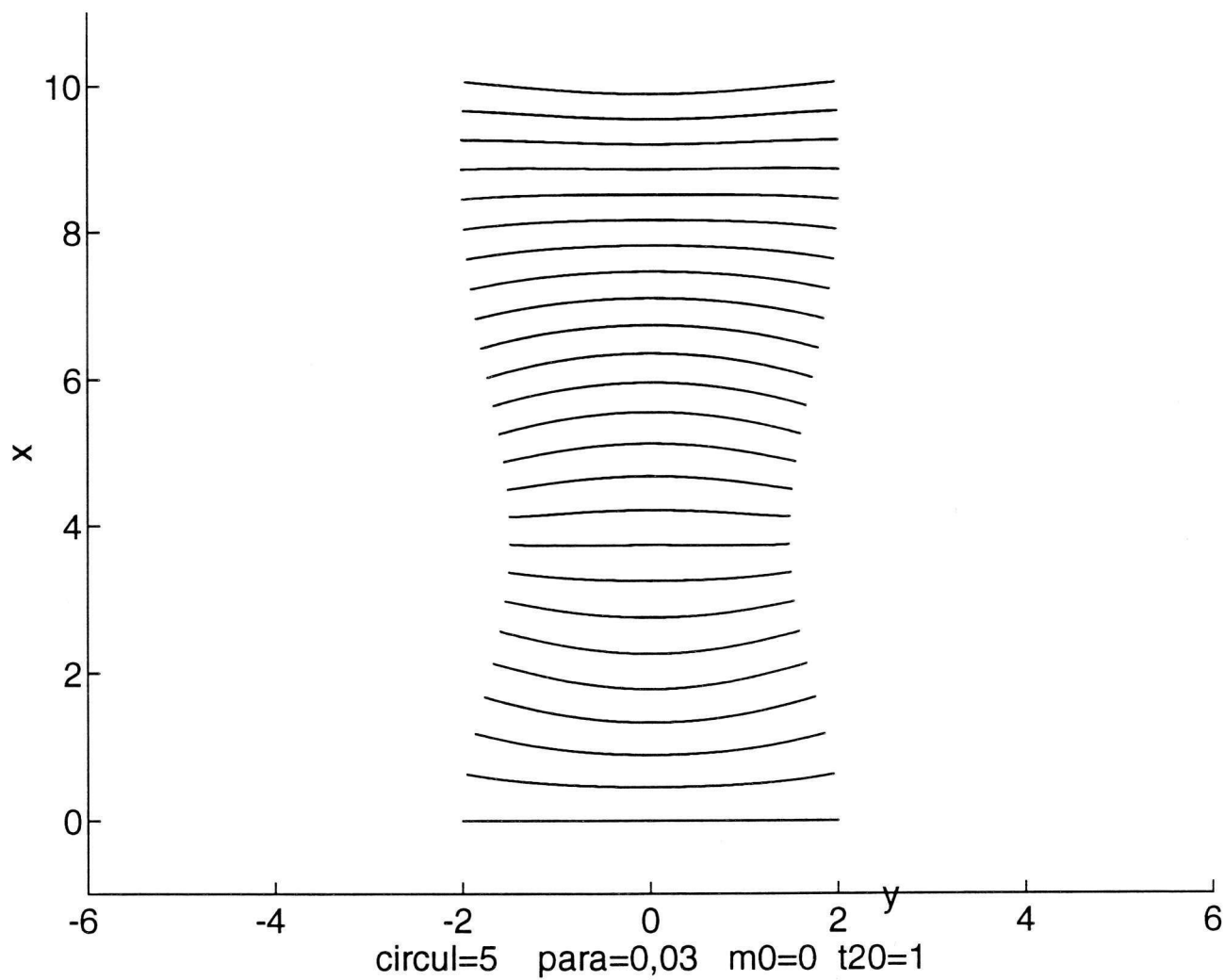
vue de l' ellipse : a=2 b=1.5 dt=0.58



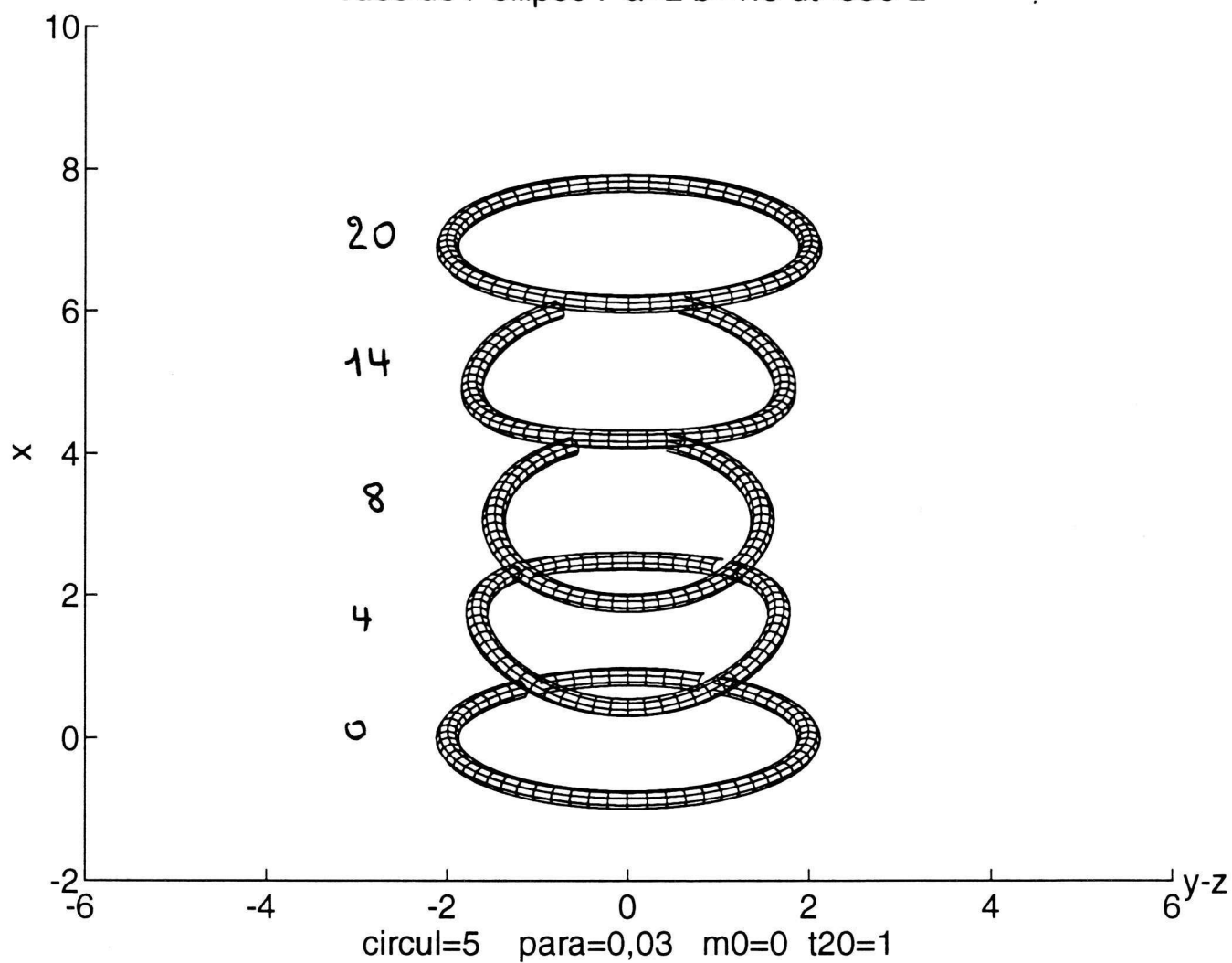
vue de l' ellipse :  $a=2$   $b=1.5$   $dt=58e-2$



vue de l' ellipse :  $a=2$   $b=1.5$   $dt=58e-2$



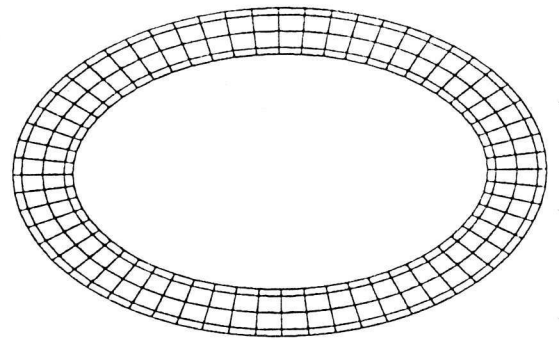
vues de l' ellipse : a=2 b=1.5 dt=58e-2



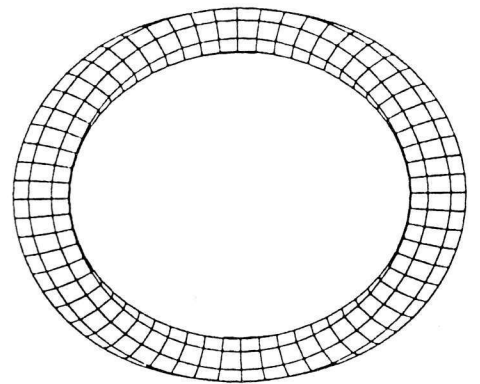
vue de gauche



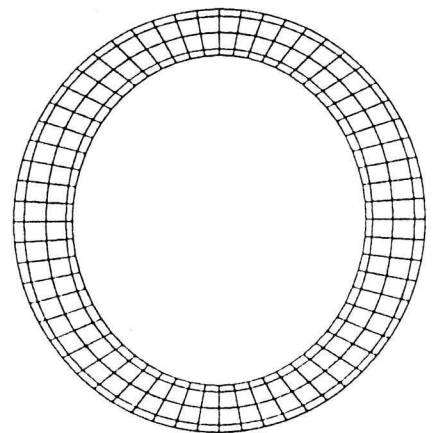
vue de droite.



configuration 0



configuration 4

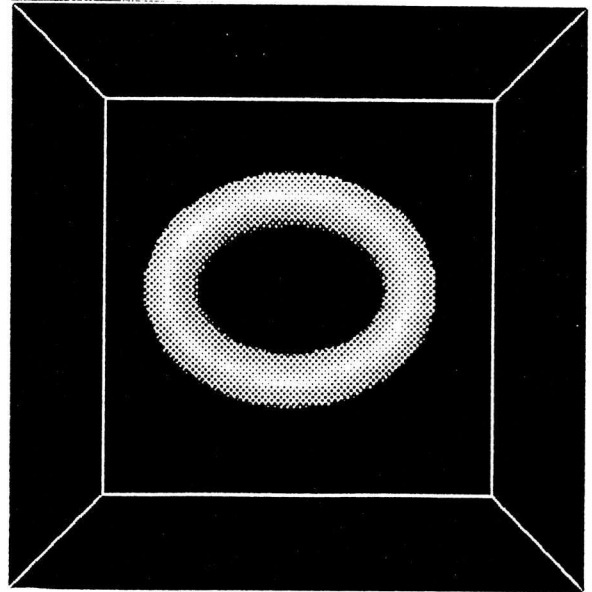
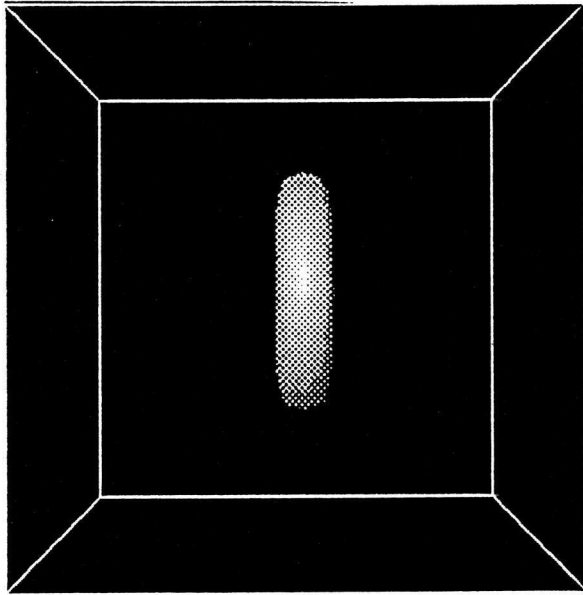


configuration 0

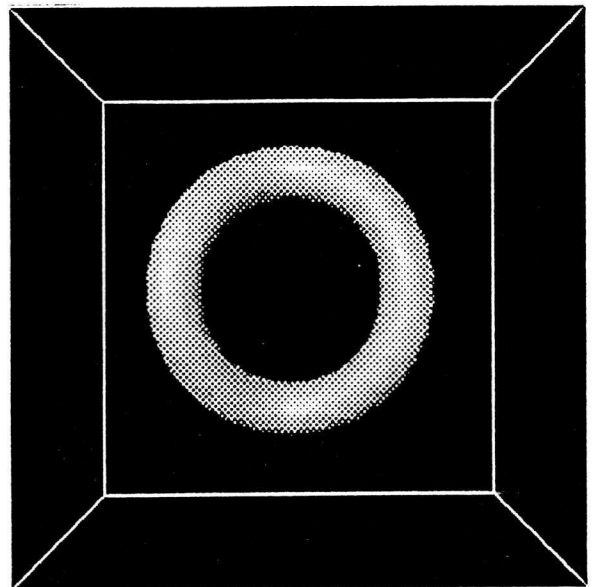
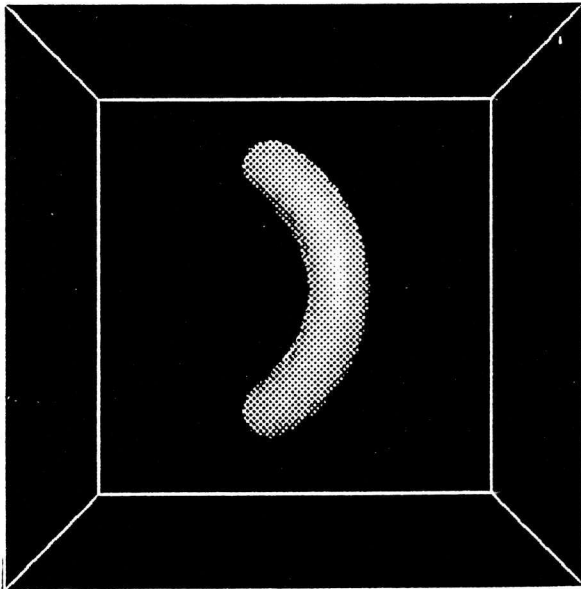


vue de gauche

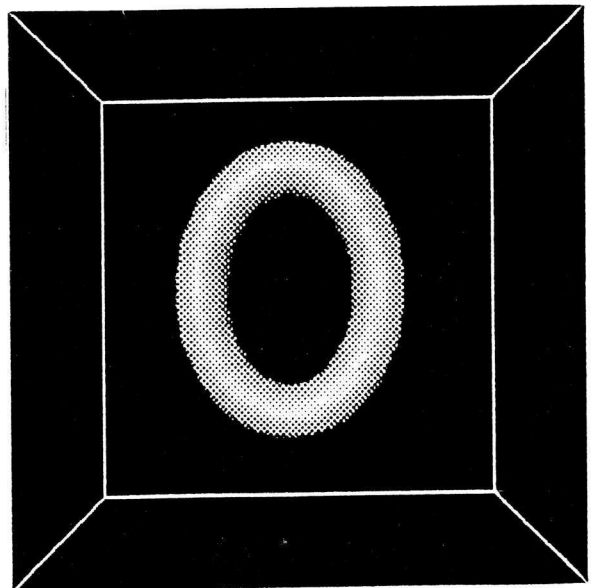
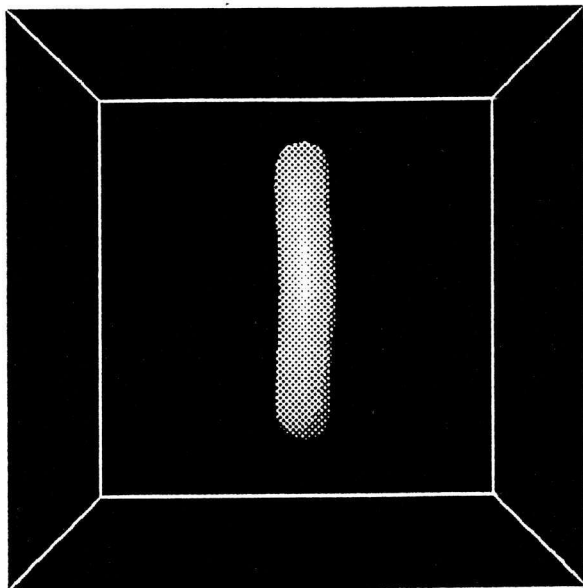
vue de droite



configuration 0



configuration 4

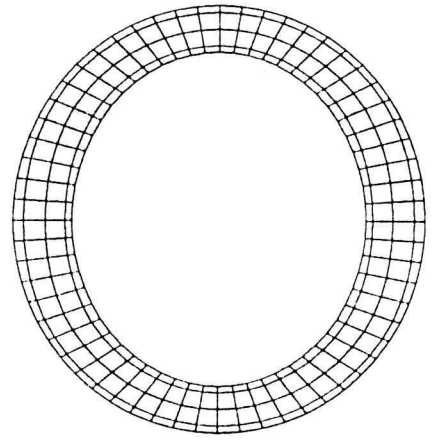


configuration 8

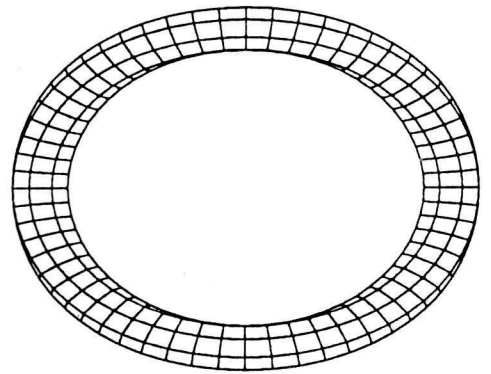
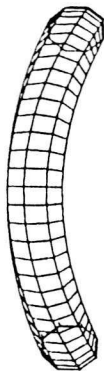
vue de gauche



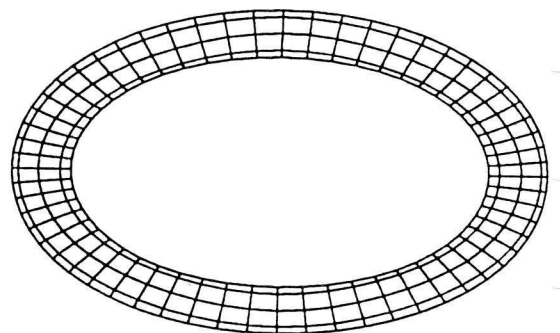
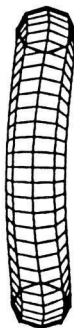
vue de droite



configuration 8

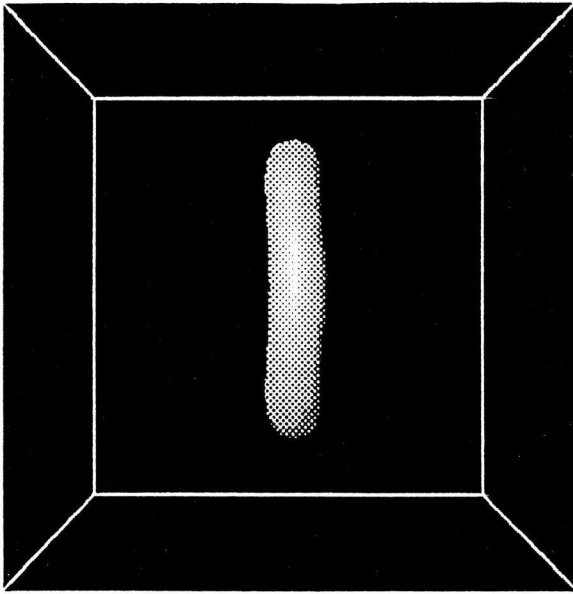


configuration 14

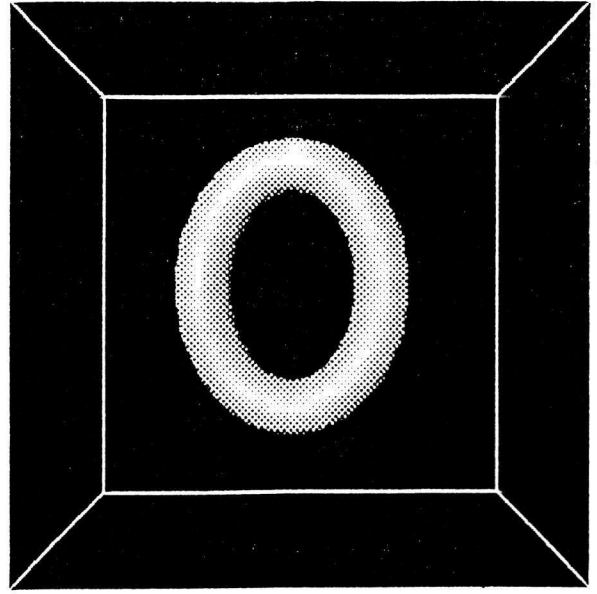


configuration 20

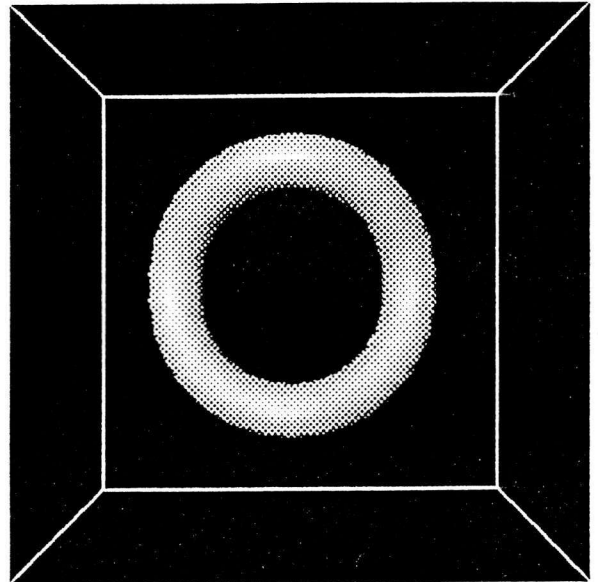
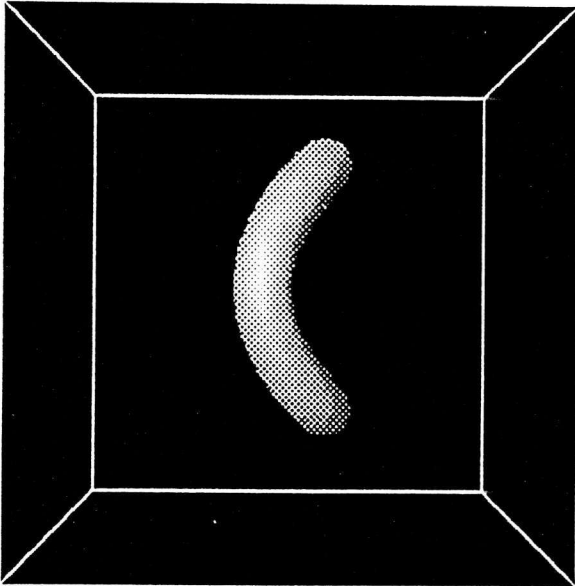
vue de gauche



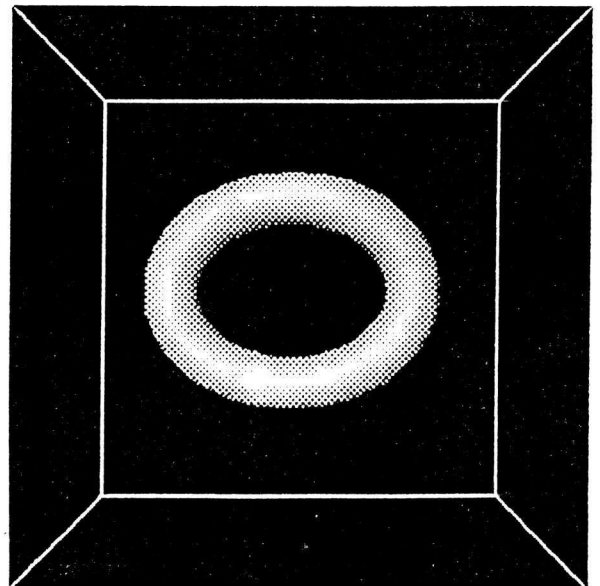
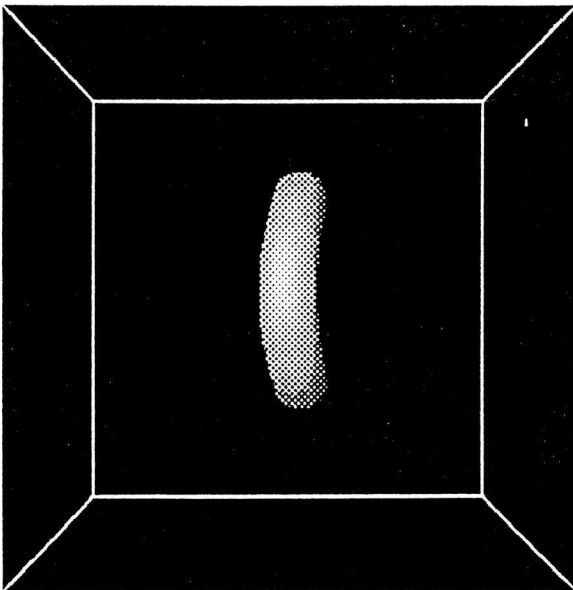
vue de droite



configuration 8

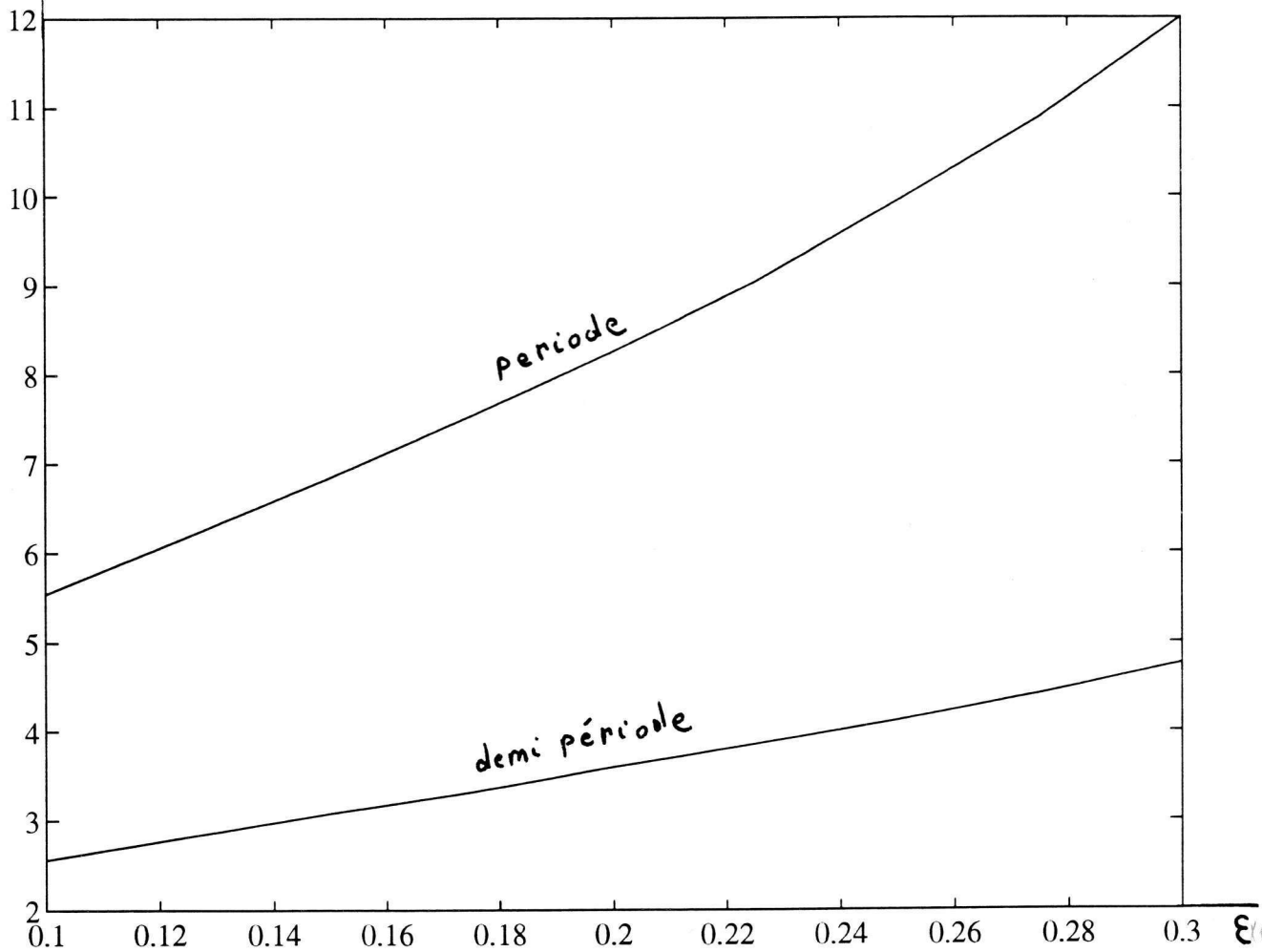


configuration 14



configuration 20

T période et 1/2 période de l'ellipse:  $a=2b=1.5$



margerid

circul=5

$m_0=0$   $t_{20}=1$

## 22 Le trèfle :

Le profil initial est celui d'un trèfle

avec :

$$aa = 6$$

$$\epsilon = 0.03$$

$$\Gamma = 5$$

$$eps = 0.25$$

$$m_0 = 0$$

$$t_{10} = S_0$$

On observe une inversion du trèfle initial au temps  $t = 94,5$  <sup>conf 2.</sup> ~~et une période de 57,5~~ <sup>conf 13</sup> ~~57,5~~  
Pour faire la simulation suivante, on a choisi :

$$N = 30$$

$$t = 0.02 \text{ (pas de temps)}$$

$$nbnrt = 3000$$

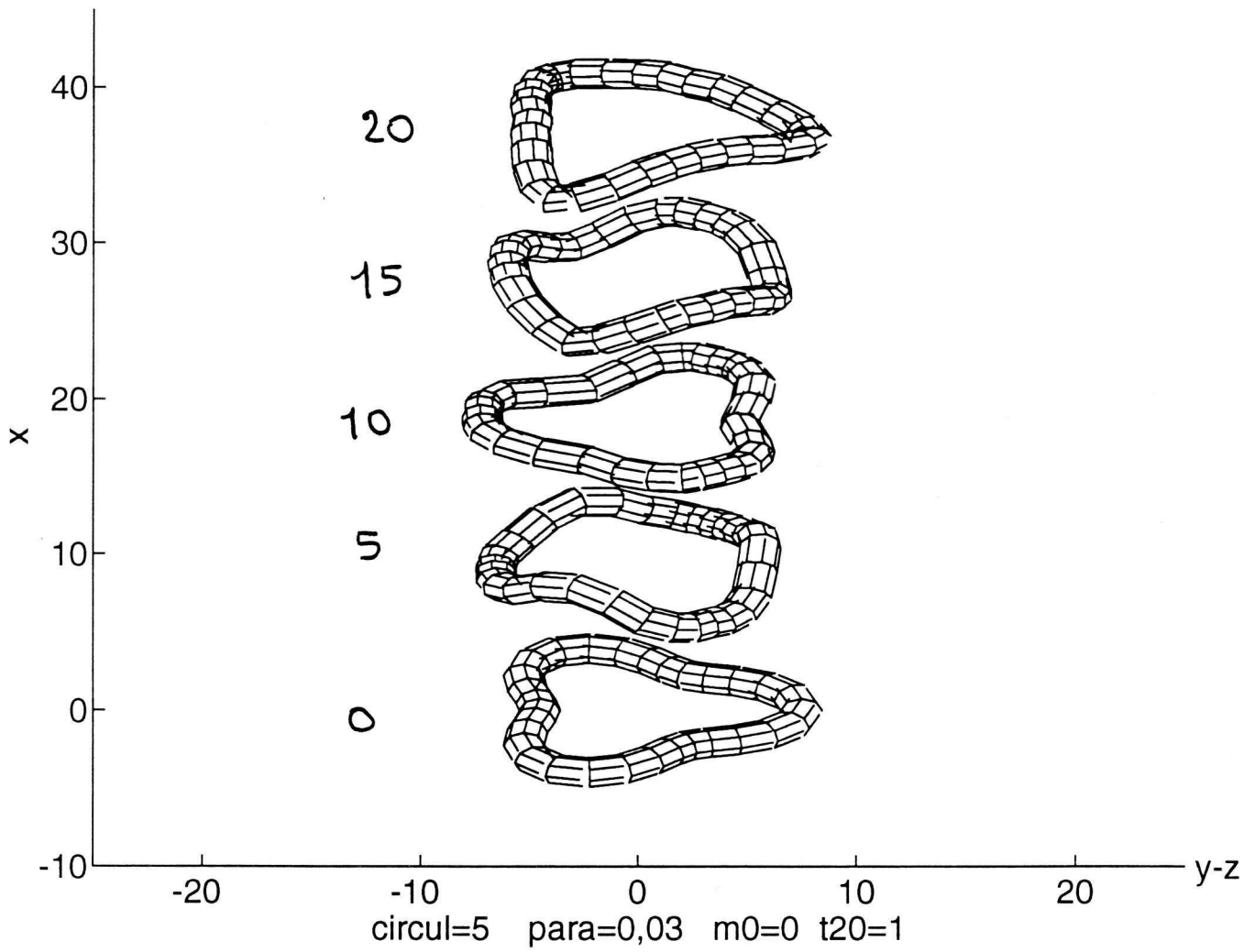
$$nbnconf = 24$$

$$eps = 10^{-3}$$

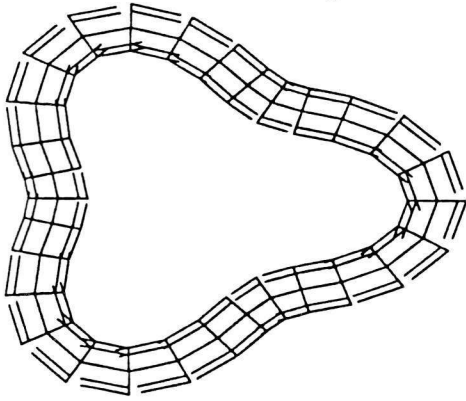
D'où un pas  $dt = 2.5$  entre deux clichés de configurations.

Les résultats en Blanc sur fond noir sont les graphics obtenus avec explorer sur station Silicon Graphics.

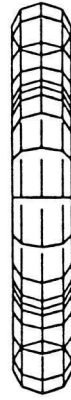
vues de trefle : dt=2.5



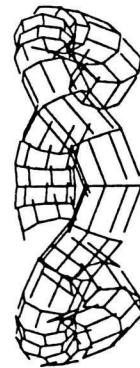
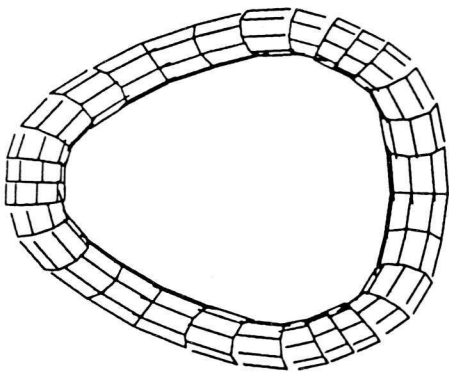
vue de gauche :



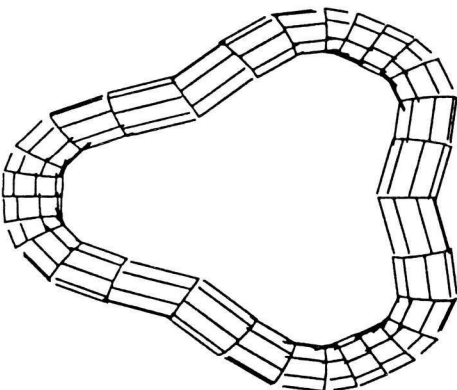
vue de droite



configuration 0

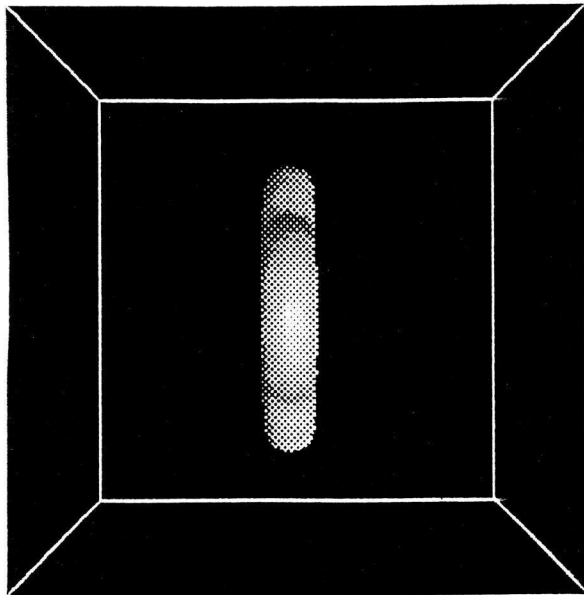


configuration 5

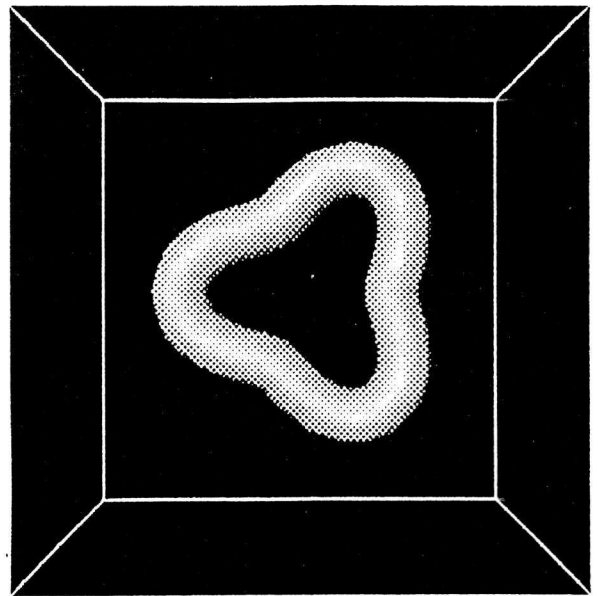


configuration 10

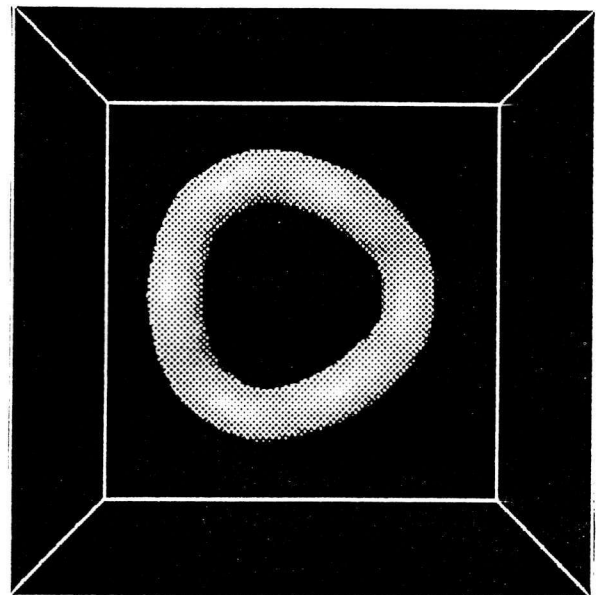
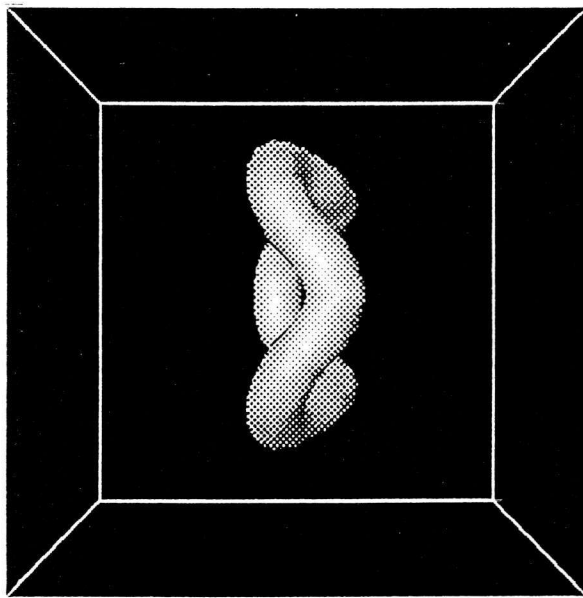
vue de gauche



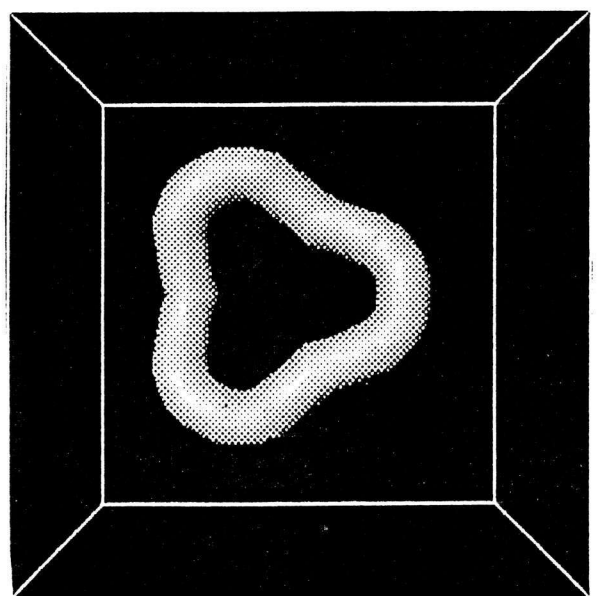
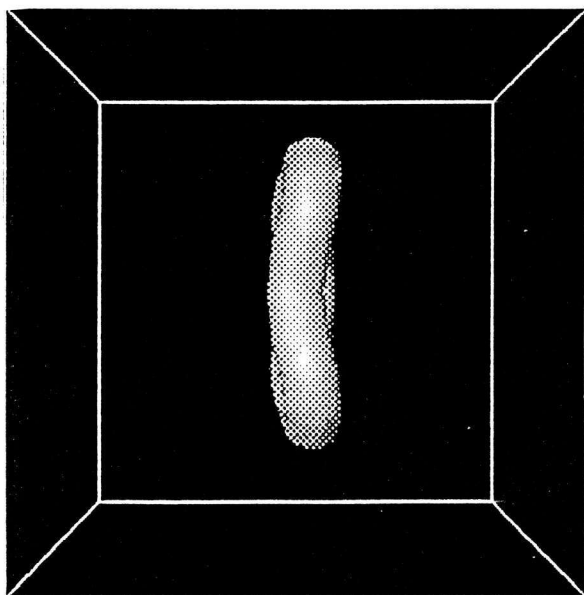
vue de droite



configuration 0



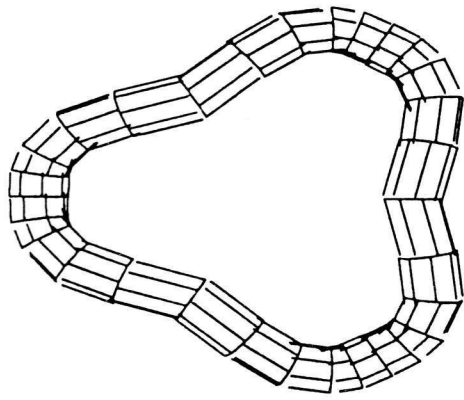
configuration 5



configuration 10



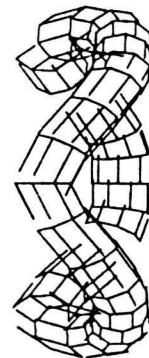
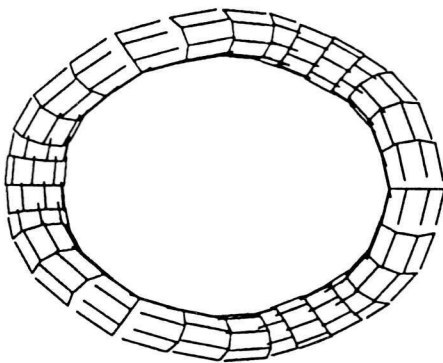
vue de gauche



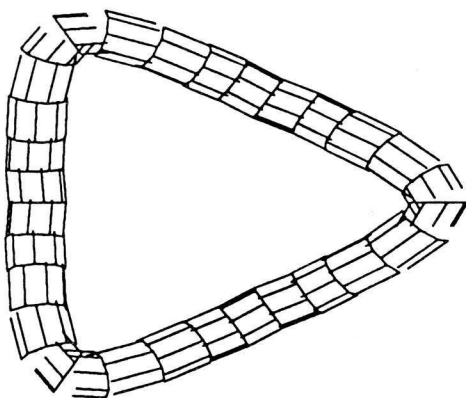
vue de droite



configuration 10



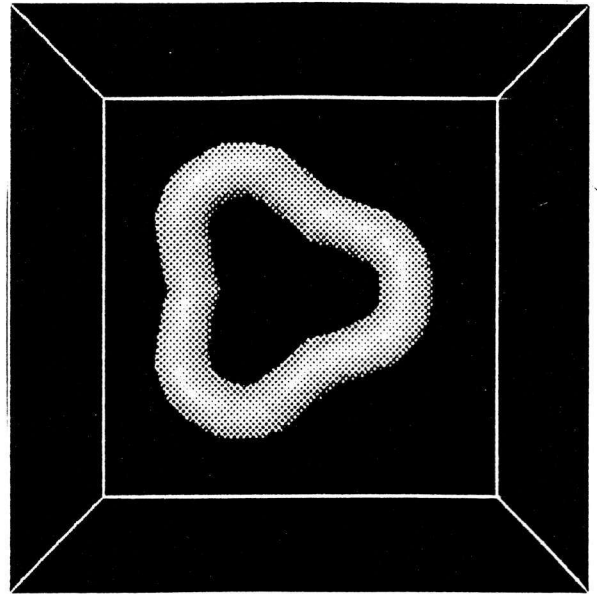
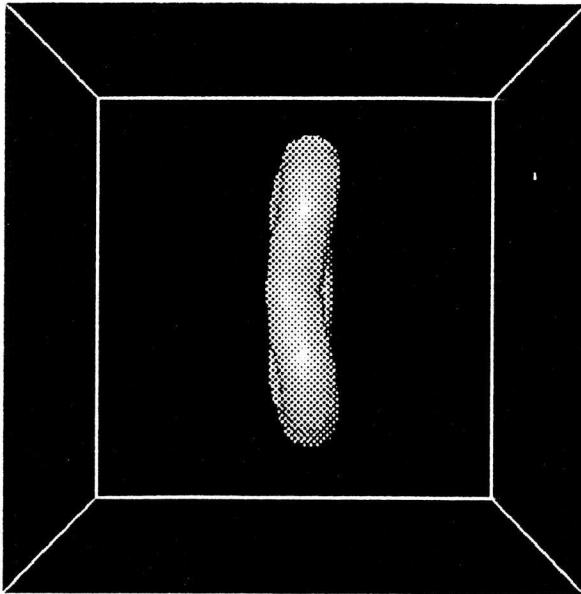
configuration 15



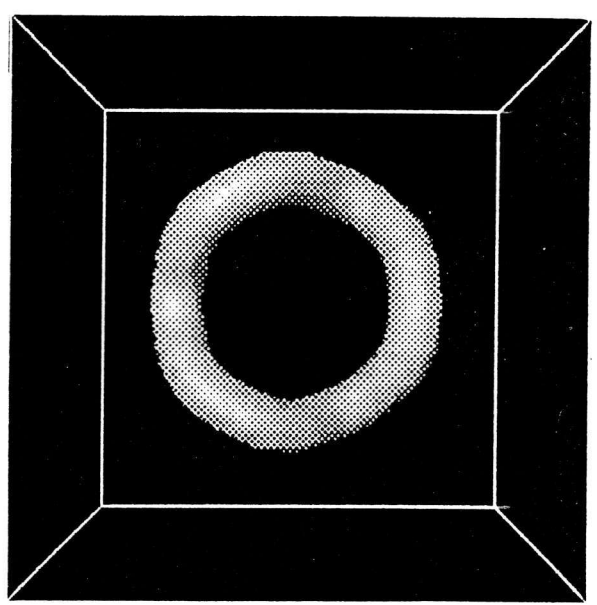
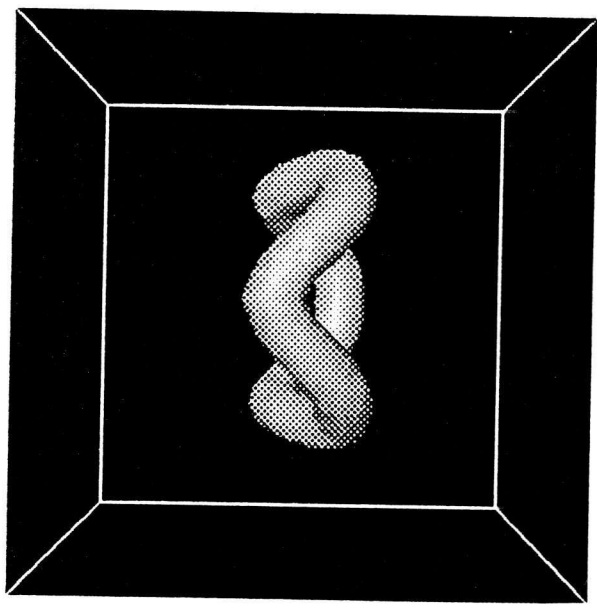
configuration 20

vue de gauche

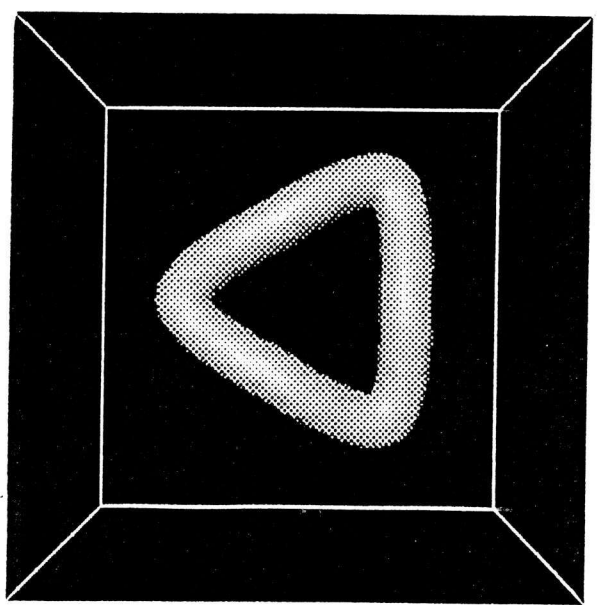
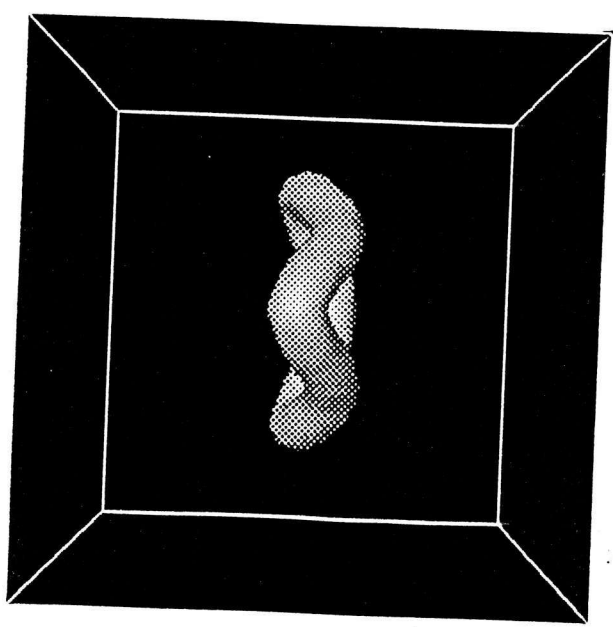
vue de droite



configuration 10



configuration 15



configuration 20

### 23 Le profil de Lissajou:

Le profil initial est celui de Lissajou avec:

$$\varepsilon = 0.03$$

$$m_0 = 0$$

$$\Gamma = 5$$

$$t_{10} = S_0$$

On observe un rapprochement des deux brins centraux.

Pour faire la simulation suivante, on a choisi:

$$N = 30$$

$$t = 5 \cdot 10^{-4}$$

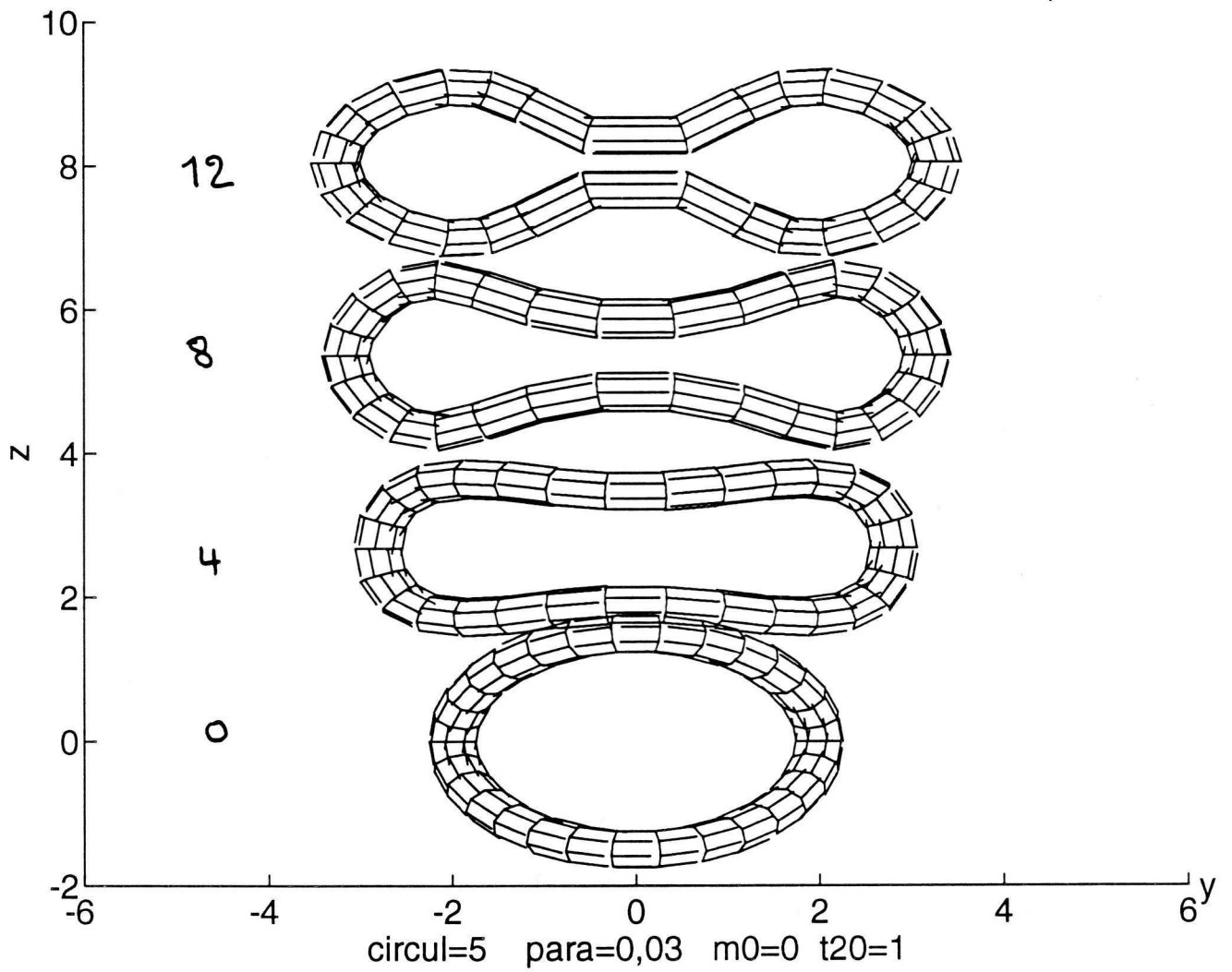
$$\text{nbndt} = 9911$$

$$\text{nbrconf} = ~~17~~$$

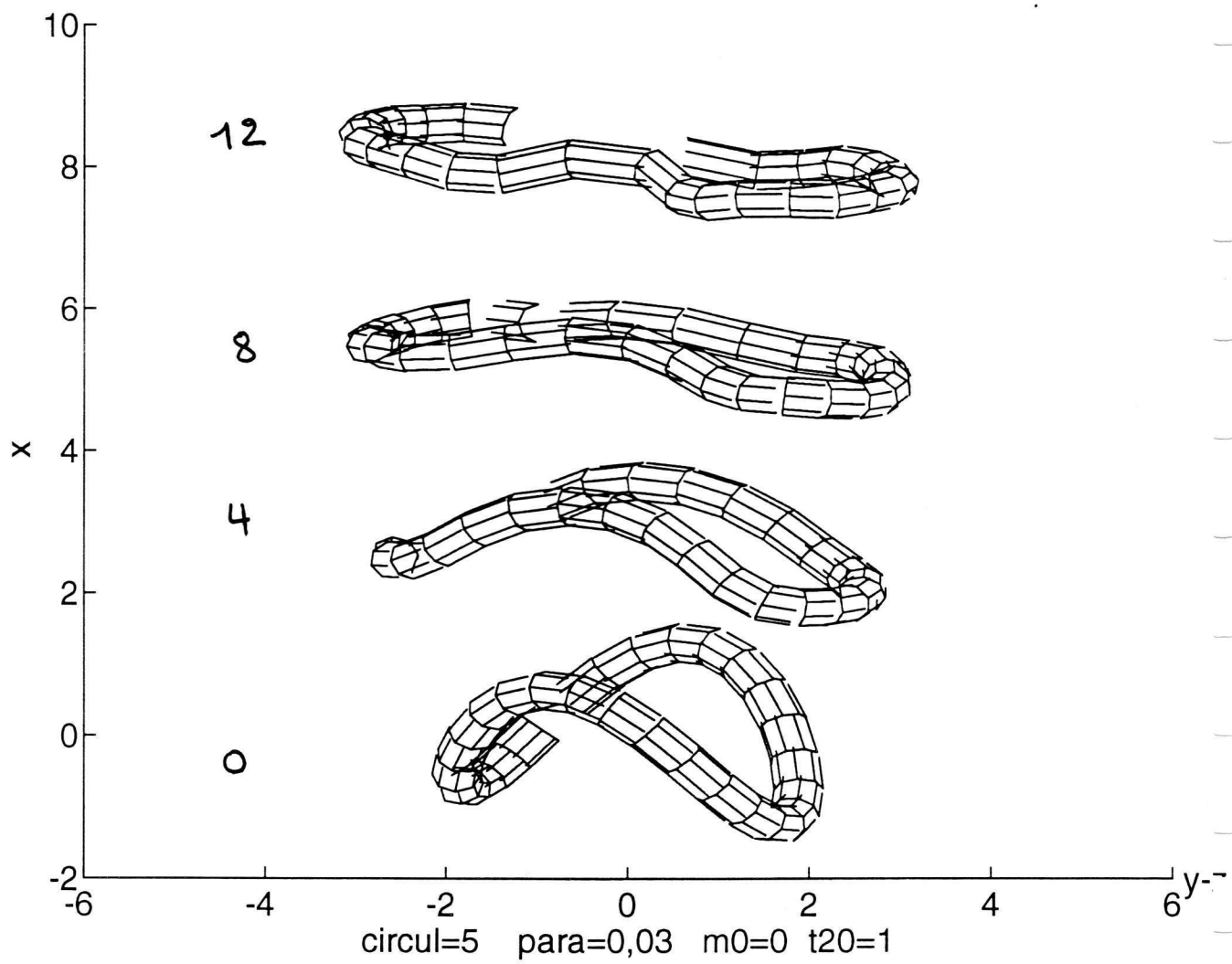
$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

D'où un pas  $dt = 0.2915$  entre deux clichés de configurations.

multivues de lissa: dt=0.2915



multivues de lissa: dt=0.2915



## 24 Deux anneaux circulaires côte à côte:

La configuration initiale est celle de deux anneaux circulaires côte à côte dans le plan  $(y_3)$ .

- 1<sup>er</sup> anneau:

cercle de centre  $(0, -2.5, 0)$  et de rayon 1.5

$$\varepsilon(1) = 0.01$$

$$\Gamma(1) = 5$$

$$m_0(1) = 0$$

$$t_{10}(1) = S_0(1)$$

(choisir  $\varepsilon(1)$  et  $\Gamma(1)$  revient à choisir la viscosité).

- 2<sup>ème</sup> anneau:

cercle de centre  $(0, 2.5, 0)$  et de rayon 1.5

$$\varepsilon(2) = \varepsilon(1) \sqrt{\frac{|\Gamma(1)|}{|\Gamma(2)|}}$$

$$\Gamma(2) = 5$$

$$m_0(2) = 0$$

$$t_{10}(2) = S_0(2)$$

On observe une inclinaison et un rapprochement des deux anneaux.

Pour faire la simulation, on a choisi:

$$N = 20$$

$$t = 0.02$$

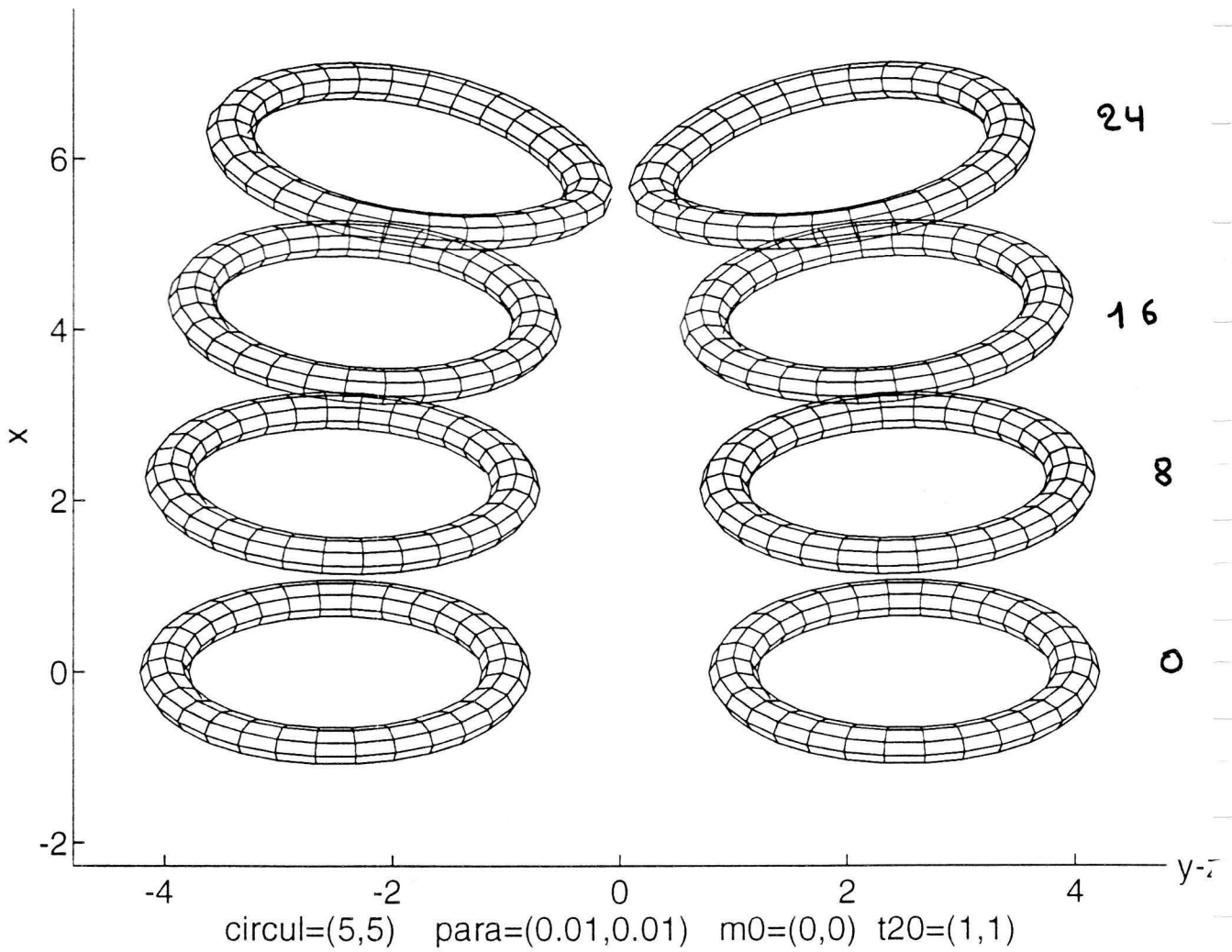
$$\text{nbrdt} = 350$$

$$\text{nbrconf} = 25$$

$$\text{epsi} = 10^3$$

D'où un pas  $dt = 0.28$  entre deux clichés de configurations.

vue des anneaux cotes a cotes : dt=0.28



## 25 Deux anneaux face à face :

La configuration initiale est celle de deux anneaux circulaires parallèles au plan (yz). Ils se font face, tout en étant plus ou moins décalés.

On a choisi trois configurations de décalage que l'on nomme :  
face 1, face 2 et face 3.

### 251 Face 1 :

- 1<sup>er</sup> anneau :

cercle de centre  $(-0.25, -0.375, 0)$  et  
de rayon 1.5

$$\varepsilon(1) = 0.01$$

$$\Gamma(1) = 5$$

$$m_0(1) = 0$$

$$t_{10}(1) = S_0(1)$$

- 2<sup>ième</sup> anneau :

cercle de centre  $(0.25, 0.375, 0)$  et  
de rayon 1.5

$$\varepsilon(2) = \varepsilon(1) \sqrt{\left| \frac{\Gamma(1)}{\Gamma(2)} \right|}$$

$$\Gamma(2) = -5$$

$$m_0(2) = 0$$

$$t_{10}(2) = S_0(2)$$

Pour faire la simulation, on a  
choisi :

$$N = 30$$

$$t = 0.01/5$$

$$\text{nbrdt} = 22 \times 5$$

$$\text{nbrconf} = 11$$

$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

D'où un pas  $dt = 0.02$  entre deux clichés  
de configurations.



### 252 face 2:

Même situation que face 1 si ce n'est que les centres des anneaux changent:

- 1<sup>er</sup> anneau:

cercle de centre  $(-0.25, -1.3, 0)$

- 2<sup>ème</sup> anneau:

cercle de centre  $(0.25, 1.30, 0)$

Pour faire la simulation, on a choisi:

$$N = 30$$

$$t = 0.0115$$

$$\text{nbrdt} = 24 * 5$$

$$\text{nbrconf} = 24$$

$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

D'où un pas  $dt = 0.01$  entre deux clichés de configurations.

### 253 face 3:

Même situation que face 1 si ce n'est que les centres des anneaux changent:

- 1<sup>er</sup> anneau:

cercle de centre  $(-0.25, -1.375, 0)$

- 2<sup>ème</sup> anneau:

cercle de centre  $(0.25, 1.375, 0)$

Pour faire la simulation, on a choisi:

$$N = 30$$

$$t = 0.0115$$

$$\text{nbrdt} = 32 * 5$$

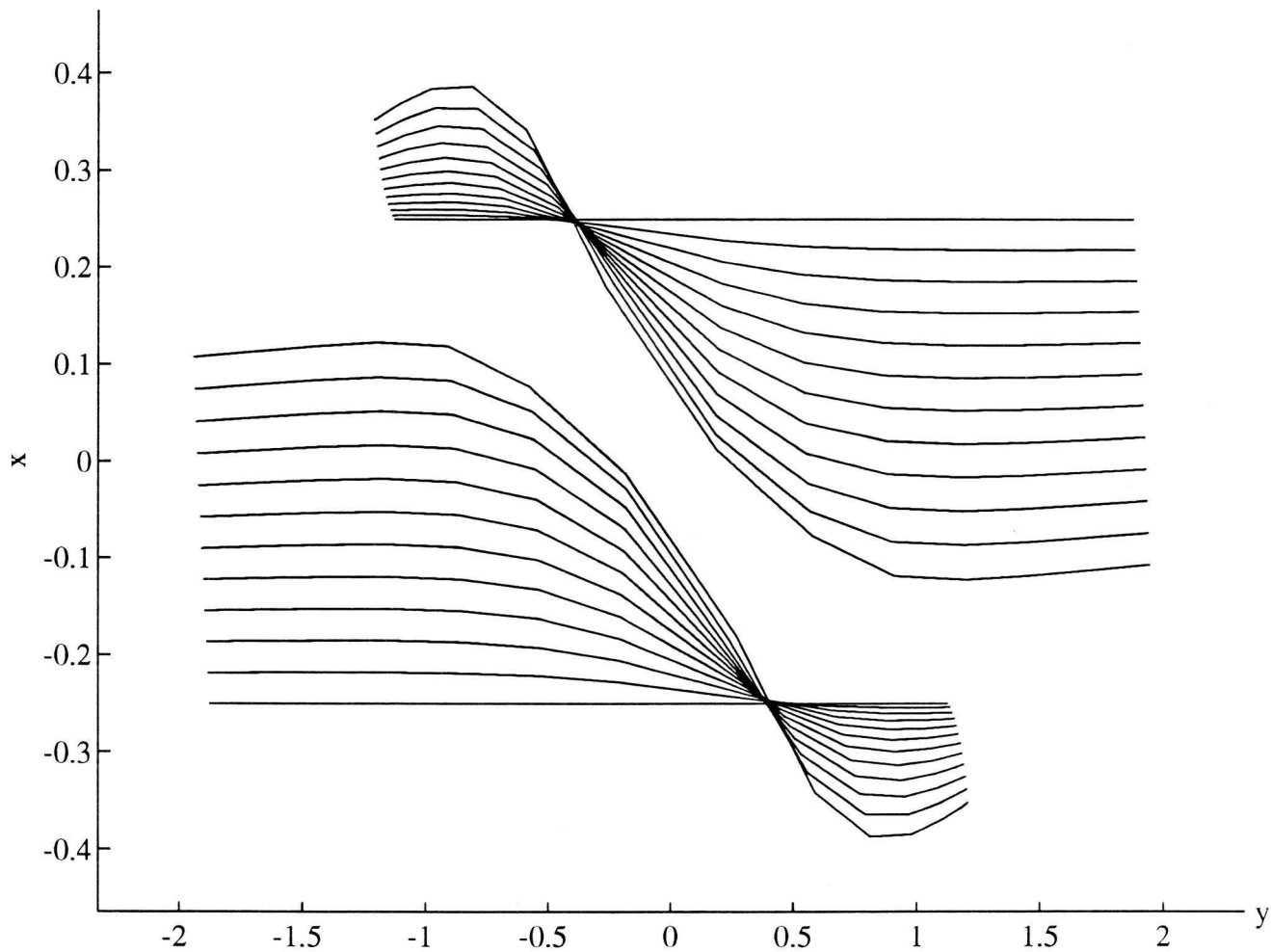
$$\text{nbrconf} = 20$$

$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

D'où un pas  $dt = 0.016$  entre deux clichés de configurations.

Face 1

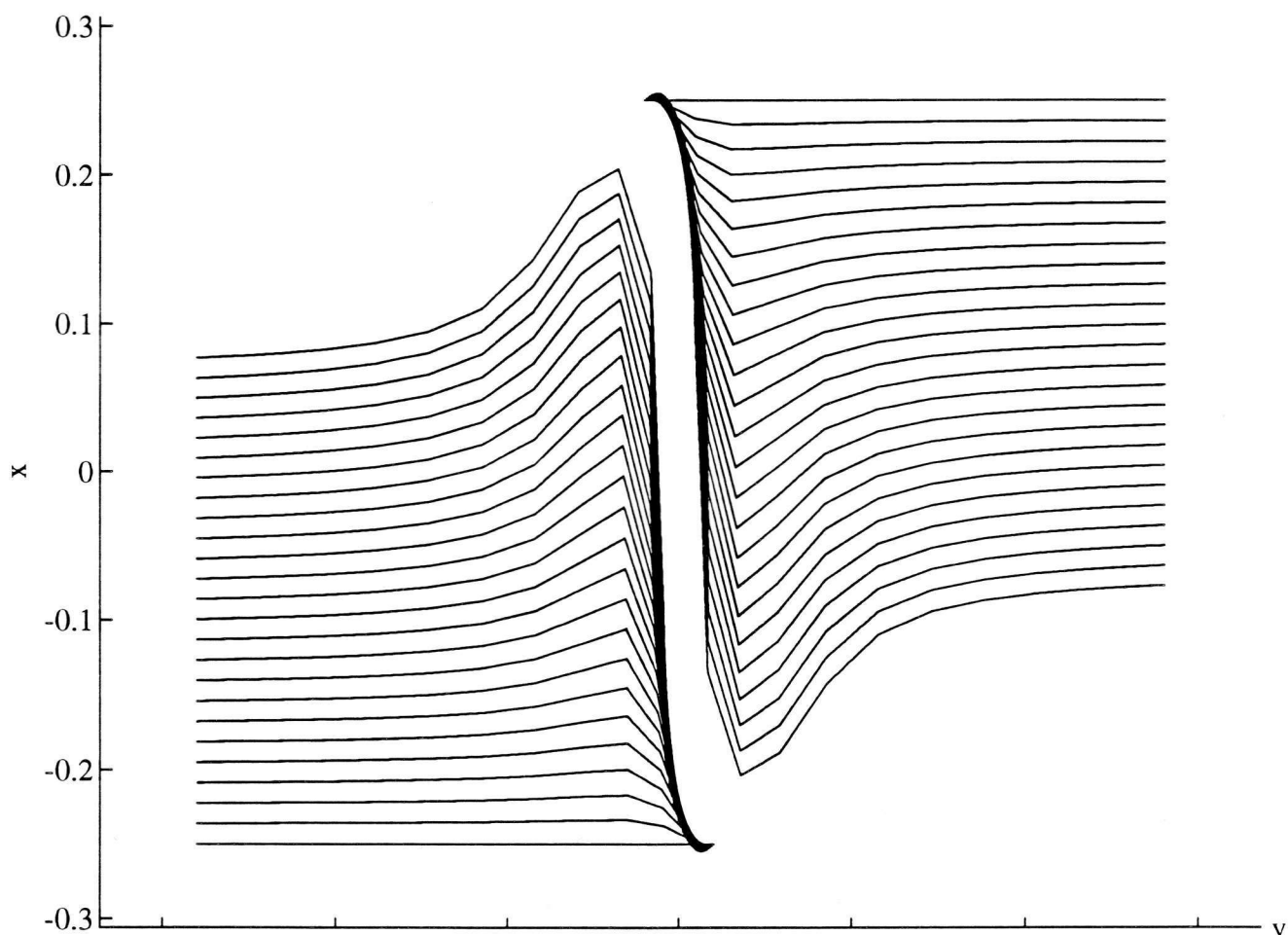
vues des anneaux : dt=0.02



circul=(5,-5) para=(0.1,0.1) m0=(0,0) t20=(1,1) centre1=(-0.25,-0.375,0) centre2=(0.25,-0.375,0)  
margerid

face 2

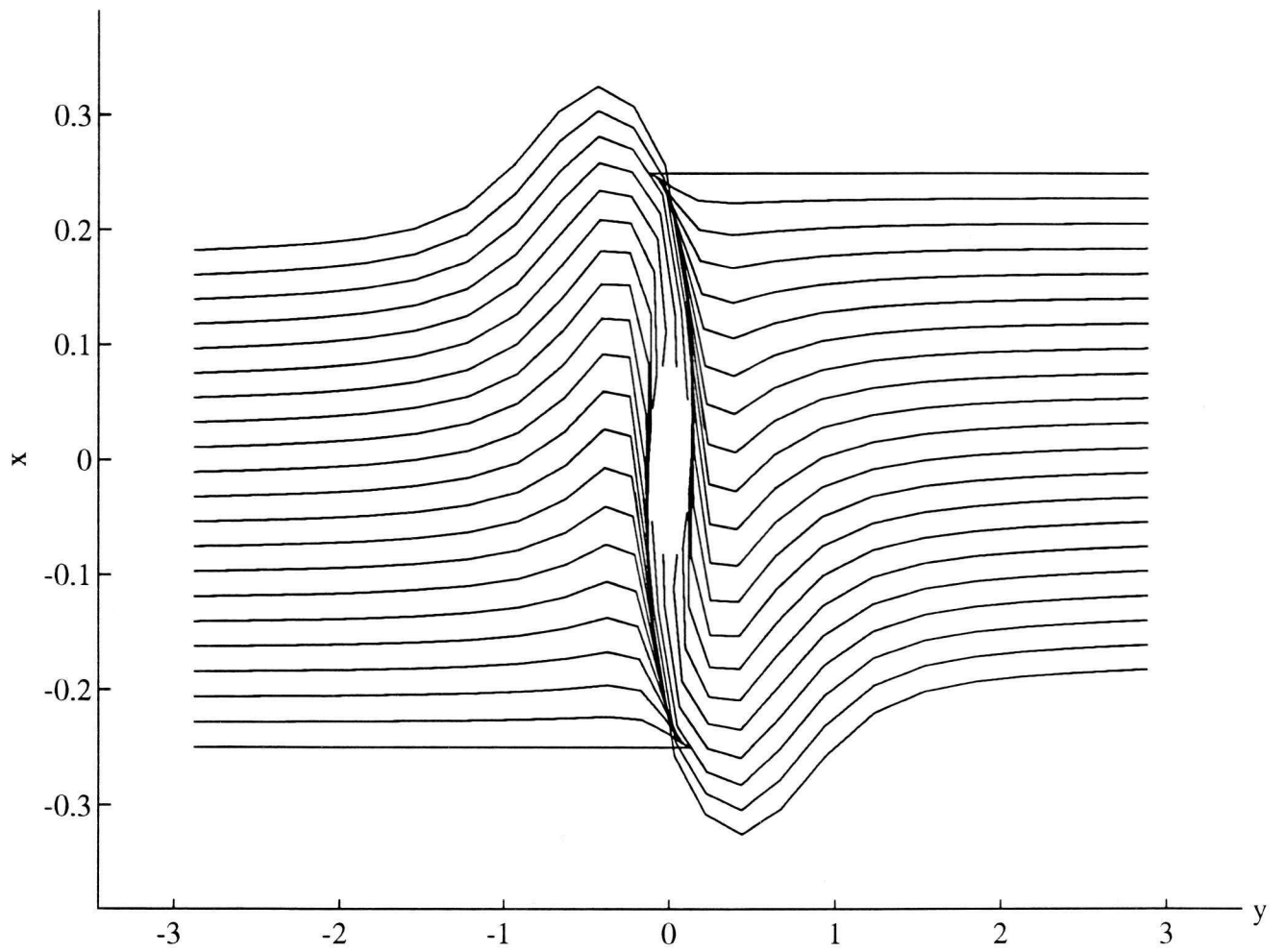
vues des anneaux : dt=0.01



circul=(5,-5) para=(0.1,0.1) m0=(0,0) t20=(1,1) centre1=(-0.25,-1.30, 0) centre2=(0.25,1.30,0)  
margerid

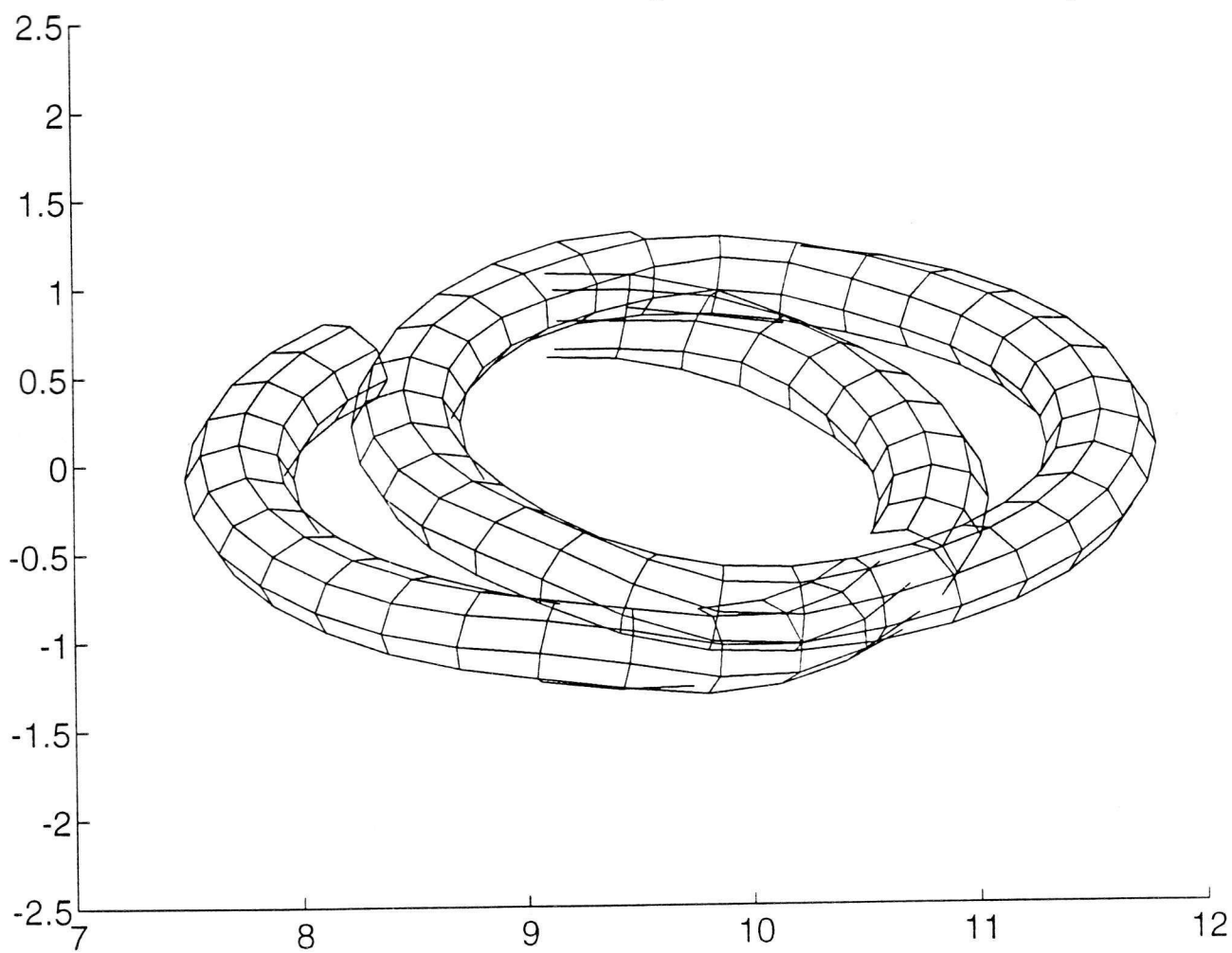
face3

multivues des anneaux : dt=0.016

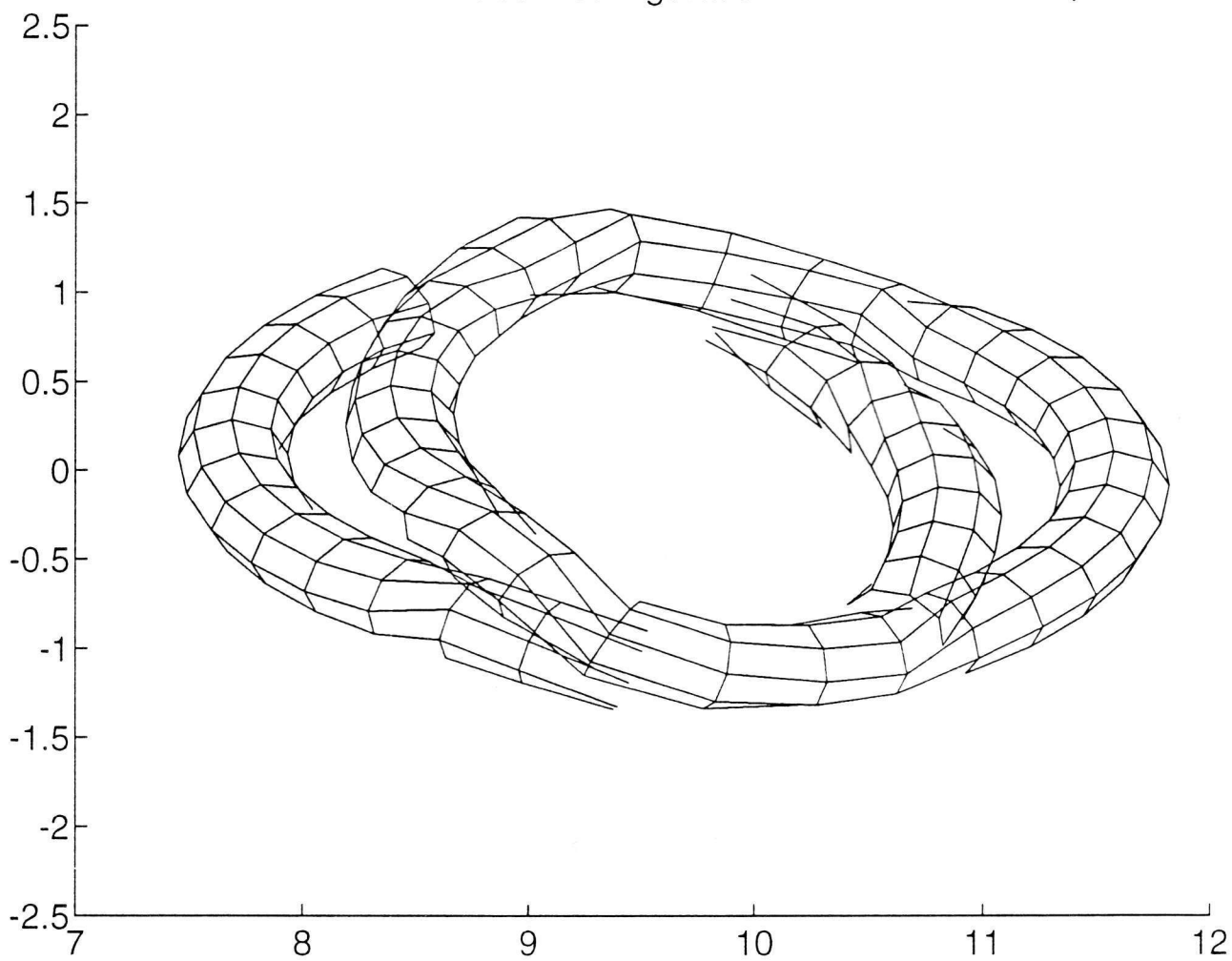


circul=(5,-5) para=(0.1,0.1) m0=(0,0) t20=(1,1) centre1=(-0.25,-1.375,0) centre2=(0.25,1.375,0)  
margerid

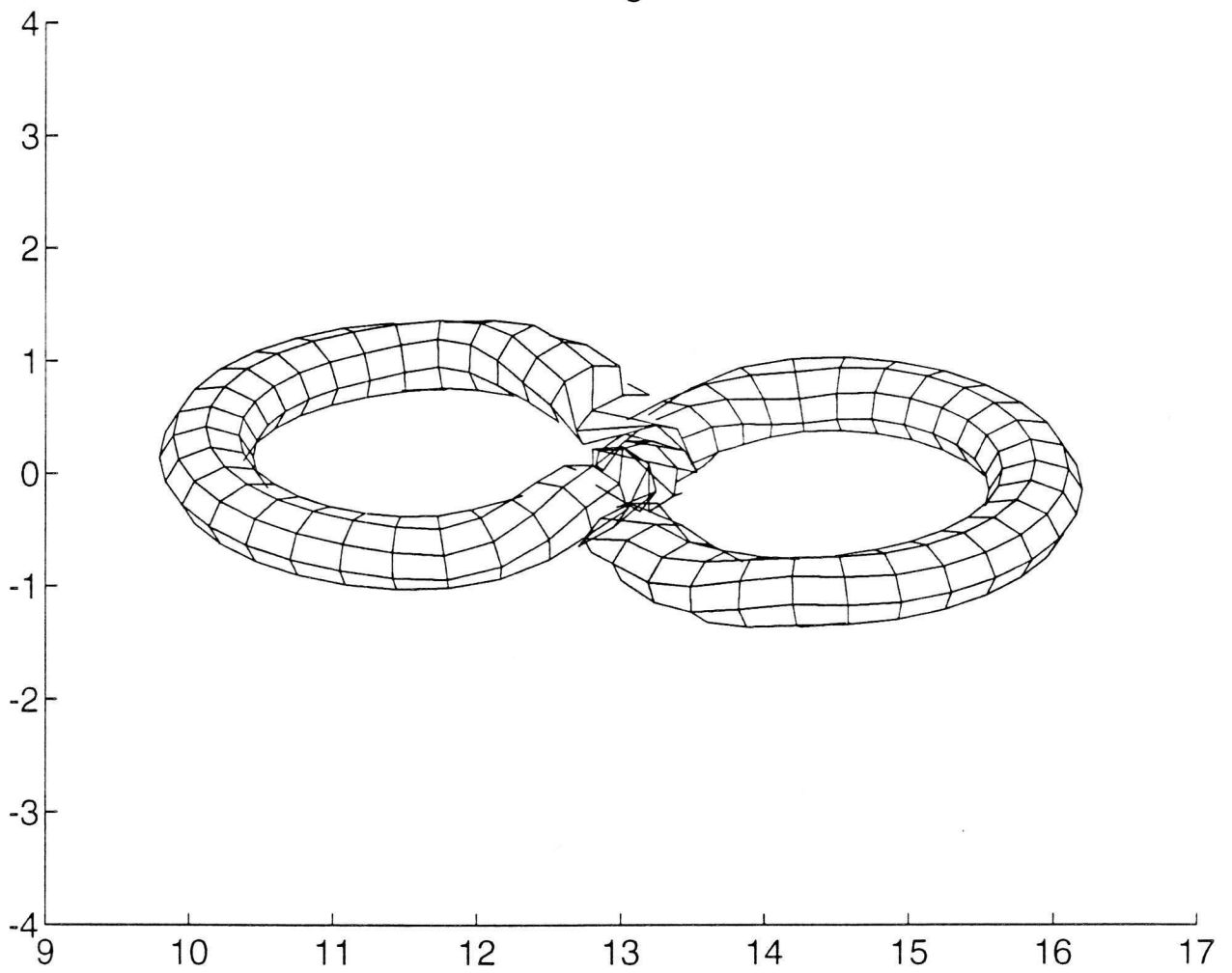
face 1 configuration 5



face 1 configuration 11



face 3 configuration 20



## 26 Deux anneaux enlacés:

La configuration initiale est celle de 2 anneaux circulaires enlacés.

- 1<sup>er</sup> anneau:

cercle du plan  $(y_3)$  de centre  $(0, 0, 0)$  et de rayon 1.5

$$\varepsilon(1) = 0.01 \quad \Gamma(1) = +5$$

$$m_0(1) = 0 \quad t_{10}(1) = S_0(1)$$

- 2<sup>ème</sup> anneau:

cercle du plan  $(xy)$  de centre  $(0, -1.5, 0)$  et de rayon 1.5

$$\varepsilon(2) = \varepsilon(1) \sqrt{\frac{|\Gamma(1)|}{|\Gamma(2)|}} \quad \Gamma(2) = +5$$

$$m_0(2) = 1$$

$$t_{10}(1) = S_0(1)$$

Pour faire la simulation, on a choisi:

$$N = 30$$

$$t = 0.02$$

$$\text{nbrdt} = 64$$

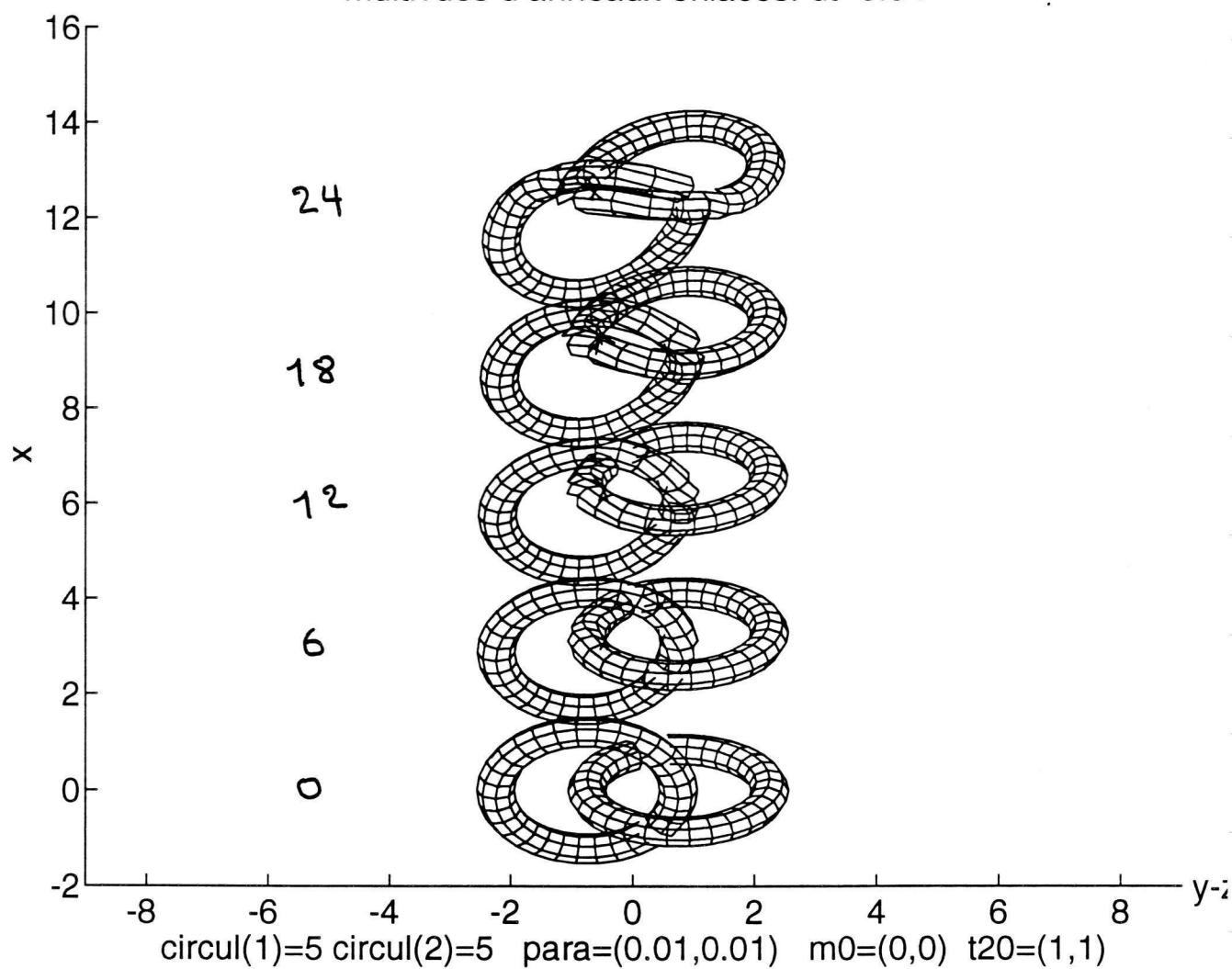
$$\text{nbrconf} = 24$$

$$\text{epsi} = 10^{-3}$$

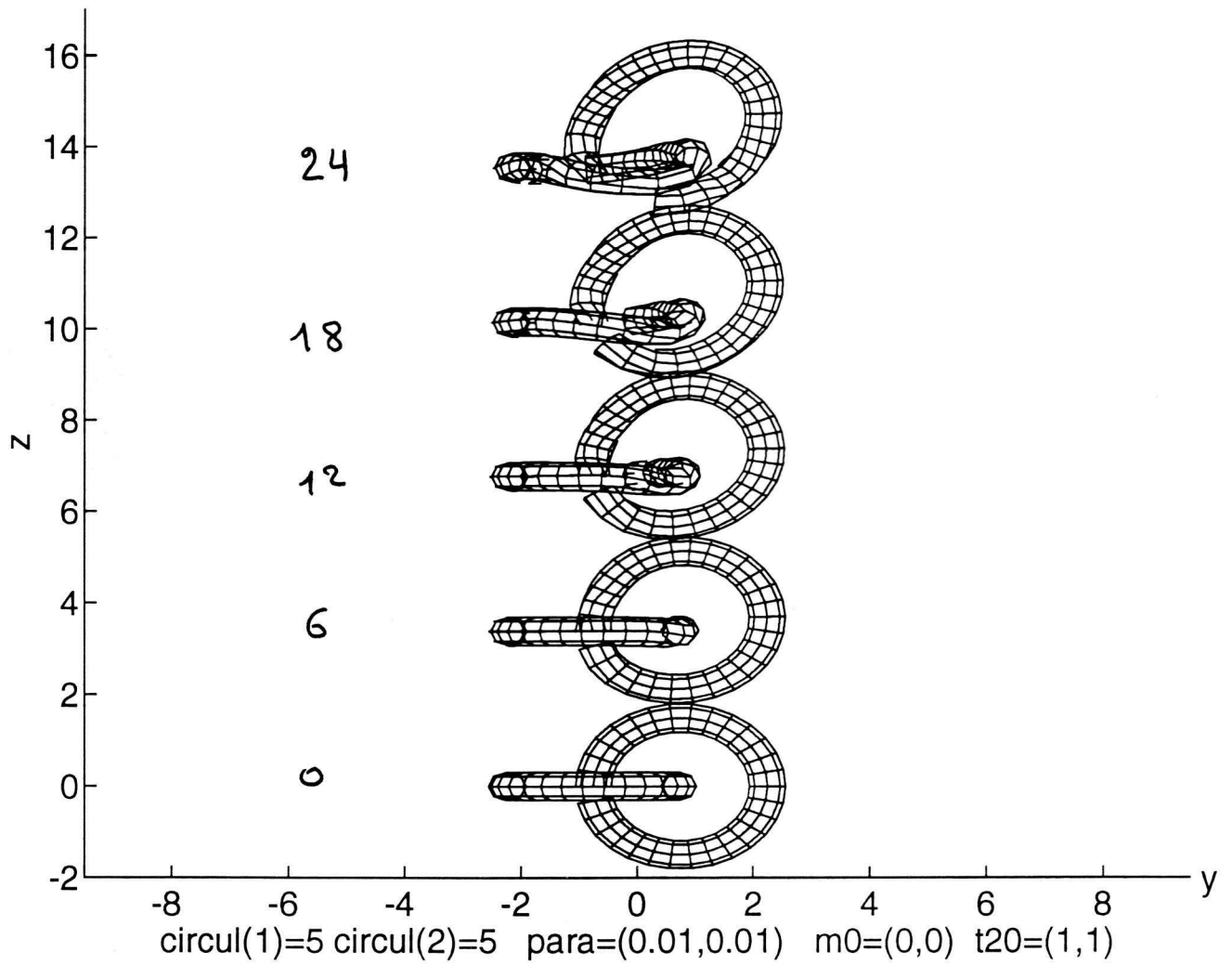
D'où un pas  $dt = 0.04$  entre 2 clichés de configurations.



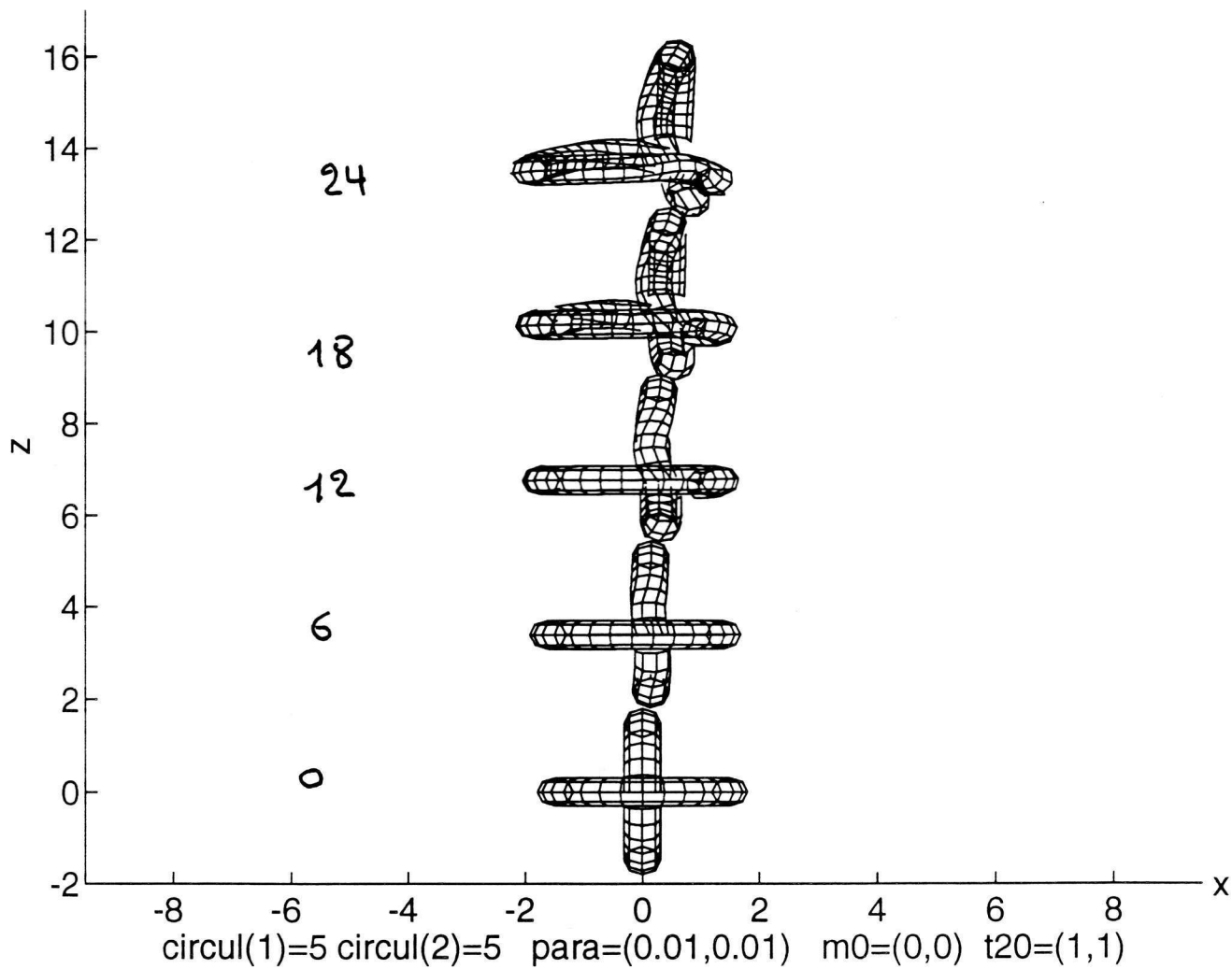
multivues d'anneaux enlacés: dt=0.04



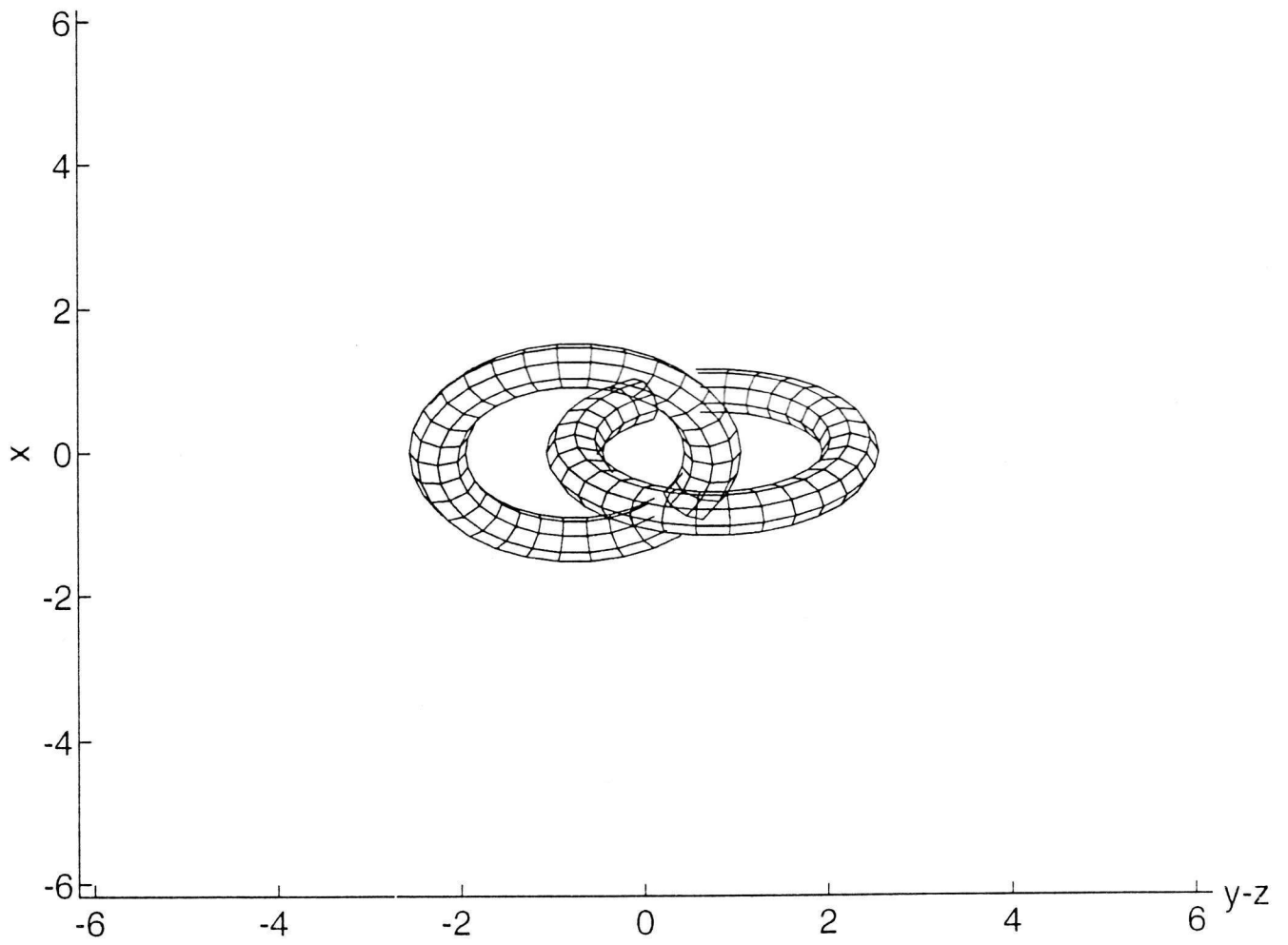
multivues d'anneaux enlacés: dt=0.04



multivues d'anneaux enlacés: dt=0.04



configuration initiale



configuration 24

